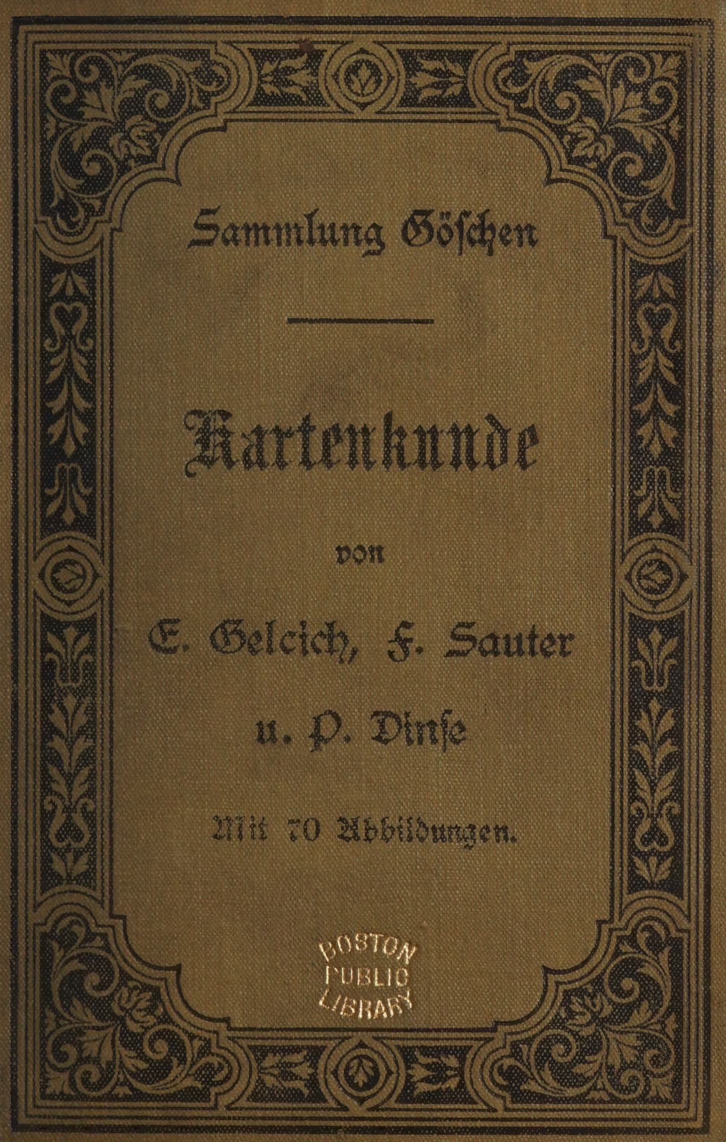

Sammlung Göschen
Kartenkunde
von
E. Gelcich, F. Sauter
u. P. Dinse
Mit 70 Abbildungen.


No 2289a.75
THE TRUSTEES OF THE PUBLIC LIBRARY
LUX
OMNIUM
CIVIUM
OF THE CITY OF BOSTON
1852 1878

Urteile der Presse über „Sammlung Göschen".

Südd. Bl. f. höh. Unterr.-Anst.: Nachdem die zwei ersten Auflagen von Nr. 10 der Göschenschen Sammlung (Nibelungen und Kudrun in Auswahl) beifällige Aufnahme und sehr raschen Absatz gefunden haben, sind Herausgeber und Verleger übereingekommen, diese **Nummer in zwei Bändchen zu zerlegen**: a) **Der Nibelunge Nôt** 2c. b) **Kudrun und Dietrichepen.** Dadurch ist es möglich geworden, den Text zu vermehren und ihn mit größeren Lettern zu drucken ....

Deutsche Lehrerzeitg., Berlin: In knappster, aber doch allgemein verständlicher Form bietet uns **Dr. Fraas** die **Geologie.** Besonders aber hat uns das 14. Bändchen, welches die **Psychologie und Logik** enthält, ungemein angesprochen. **Elsenhans** versteht es, für diesen Lehrgegenstand Interesse zu erregen. **Lessings Philotas**, der bekanntlich in antikem Gewand den Geist des siebenjährigen Krieges und vor allem die Denkart Friedrichs des Großen schildert, und die Poesie des siebenjährigen Krieges sind echt patriotische und herzerfreuliche Gaben. Nach den vorliegenden Bändchen stehen wir nicht an, die ganze Sammlung aufs angelegentlichste nicht allein zum Gebrauch in höheren Schulen, sondern auch zur Selbstbelehrung zu empfehlen.

Schwäbischer Merkur: Der bekannte Jenaer Pädagog Prof. **Dr. W. Rein** giebt in der „**Pädagogik** im Grundriß" eine **nicht nur lichtvolle,** sondern **geradezu fesselnde** Darstellung der praktischen und der theoretischen Pädagogik. Jedermann, der sich für Erziehungsfragen interessiert, darf man das Büchlein **warm empfehlen.** Nicht minder trefflich ist die Bearbeitung, welche der Marburger Germanist Kauffmann der **Deutschen Mythologie** gewidmet hat. Sie beruht durchaus auf den **neuesten Forschungen,** wie sich an nicht wenigen Stellen, z. B. in dem schönen Kapitel über Baldr, erkennen läßt.

Staatsanzeiger: Das 20. Bändchen, das einen Abriß der **deutschen Grammatik** und im Anhange eine **kurze Geschichte der deutschen Sprache** enthält, bietet auch eine gute Uebersicht der deutschen Sprachlehre und deutschen Sprachgeschichte. Die **klare** und **knappe** Darstellung giebt auf engem Raum einen **überraschend reichen** Stoff.

Pfälz. Kurier: Auch in der **griechischen Altertumskunde** von **Dr. R. Maisch** ist die Darstellung concis und, ohne den wissenschaftlichen Charakter zu verleugnen, **populär** im besten Sinne des Wortes.

Sammlung Göschen

Kartenkunde

geschichtlich dargestellt

von

E. Gelcich und **F. Sauter.**

Direktor der k. k. Nautischen Schule in Lussinpiccolo.

Professor am Realgymnasium in Ulm.

Zweite verbesserte und vermehrte Auflage

von

Dr. Paul Dinse.

Assistent der Gesellschaft für Erdkunde zu Berlin.

Mit 70 Abbildungen.

Leipzig.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung

1897

Druck von Carl Rembold, Heilbronn.

Holzfreies Papier aus der Gust. Schäuffelen'schen Papierfabrik in Heilbronn a. N.

Inhaltsverzeichnis.

Litteratur über Kartenkunde.

D'Avezac. Coup d'œil historique sur la projection des cartes de géographie. Bulletin de la Société de Géographie de Paris, April-Juin 1863. Als Separatabzug auch im Buchhandel erschienen.

In den Anmerkungen zum Text sehr reichhaltige Quellen- und Litteratur-Angaben.

Bach. Theorie der Bergzeichnung. Stuttgart 1852.

Biebrach. Der Fähnrich als Topograph. Berlin 1874.

Breusing. Das Verebnen der Kugeloberfläche für Gradnetzentwürfe. Leipzig 1892.

Behandelt die Kartenprojektionslehre nach ganz neuen elementaren Prinzipien und zeichnet sich durch die möglichst konsequente Einführung der deutschen Nomenklatur aus. Enthält viele geschichtliche Notizen.

Coordes. Kleines Lehrbuch der Landkartenprojektion. 2. Aufl. Kassel 1891.

Für Anfänger bestimmt, doch einiges über Kurven zweiter Ordnung zu den Vorkenntnissen zählend, worüber ein Anhang handelt.

Doergens. Theorie und Praxis der geographischen Kartennetze. Berlin 1870.

Ist unvollendet geblieben; es erschien nur der I. Teil, welcher die perspektivischen Projektionen behandelt.

Fiorini. Le projezioni delle carte geografiche. Bologna 1881.

Erfordert Kenntnisse aus der höheren Mathematik. Reich mit geschichtlichen Notizen besät. Entwickelt das Tissot'sche Deformationsprinzip. Das beste und ausführlichste Werk über Kartenprojektion.

Gelcich. Cartografia. (Manuali Hœpli). Mailand 1894.

Auf elementar-mathematischen Kenntnissen beruhend.

Germain. Traité des projections des cartes géographiques. Paris 1866.

Ein modernes Werk für das höhere Studium.

Gretschel. Lehrbuch der Karten-Projektion. Weimar 1873.

Stützt sich im großen und ganzen auf das Lehrbuch von Germain und enthält viele geschichtliche Notizen.

Günther. Lehrbuch der Geophysik und physikalischen Geographie. Stuttgart 1884. Bd. I. 2. Aufl. Stuttgart 1897.

Behandelt im ersten Bande alle wichtigen Abbildungsmethoden mit besonderer Beziehung auf ihre Verwendbarkeit für bestimmte Zwecke.

Günther. Physikalische Geographie. Mit 29 Abbildungen. Sammlung Göschen Nr. 26.

Jordan. Handbuch der Vermessungskunde. 2 Bde. Stuttgart 1878. Sehr wichtig für den topographischen Teil.

Koßmann. Terrainlehre und Terraindarstellung. Potsdam 1891.

Lambert. Beiträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung. 3 Teile. 1765—1772.

Obwohl alt, enthält dieses Buch doch vorzügliche Abhandlungen über Abbildungsmethoden, gründet sich jedoch auf höhere Mathematik.

Lehmann. Darstellung einer neuen Theorie der Bergzeichnung der schiefen Flächen im Grundriß, oder der Situationszeichnung der Berge. Leipzig 1799.

Epochemachende Schrift. Begründung der Methode der Vertikalschraffen.

Lelewel. Géographie du moyen-âge. 4 Bde. Brüssel 1852—57.

Nützliches Werk für das Studium der Geschichte der Kartenkunde im Altertum und Mittelalter.

Littrow. Chorographie oder Anleitung, alle Arten von Land-, See- und Himmelskarten zu verfertigen. Wien 1833.

Ein vorzügliches Lehrbuch über Kartenprojektionslehre für das höhere Studium bestimmt. Enthält ein gutes Verzeichnis der bisherigen Litteratur.

Möbius. Die Hauptsätze der Astronomie. 7. Auflage mit 29 Figur. Sammlung Göschen Nr. 11.

Plehwe. Planzeichnen. Berlin 1874.

Puissant. Traité de Topographie. 2. Aufl. Paris 1824.

Außer Topographie ist in diesem Werke auch die Kartenprojektionslehre behandelt.

de Santarem. Essai sur l'histoire de la cosmographie et de la cartographie pendant le moyen-âge. 3 Bände. Paris 1849—52.

Steinhauser. Grundzüge der mathematischen Geographie und der Landkarten-Projektion. 3. Auflage. Wien 1887.

Gründet sich auf elementare Kenntnisse und kann auch von Lernenden der höheren Klassen der Mittelschulen gebraucht werden.

Streffleur. Allgemeine Terrainlehre. Wien 1876.

Tissot. Mémoire sur la représentation des surfaces et les projections des cartes géographiques. Paris 1881.

Bildet eine Untersuchung der bei den Abbildungen hervorgebrachten Verzerrungen, begründet auf eine neue Art der Analyse derselben; ein Werk von höchster Bedeutung, sowohl für das höhere Studium, als auch für den praktischen Kartographen. Eine deutsche Bearbeitung desselben gab Hammer heraus (Stuttgart 1887).

Wagner, Leitfaden durch den Entwickelungsgang der Seekarten. Bremen 1895.

Inhaltreicher Führer durch die historische Seekartenausstellung auf dem XI. Deutschen Geographentag in Bremen.

W a u w e r m a n s. Histoire de l'école cartographique Belge et Anversoise du XVI siècle. 2 Bde. Bruxelles 1895.

Weit angelegtes, aber nicht auf der Höhe der Forſchung ſtehendes Buch. Viel biographiſches Material.

W e n z. Die mathematiſche Geographie in Verbindung mit der Landkarten-Projektion. München 1883.

Der Kartenprojektionslehre iſt ein Kapitel mit den nötigen Vorbegriffen aus der Mathematik vorangeſchickt. Dem Werke iſt ein nützlicher „Atlas zur Landkarten-Entwurfslehre" 1885 gefolgt.

W o l k e n h a u e r. Leitfaden zur Geſchichte der Kartographie in tabellariſcher Darſtellung. Breslau 1895.

Vorzügliches, mit reichen Litteraturangaben ausgeſtattetes Nachſchlagebuch.

Z a f f a u k. Populäre Anleitung für die graphiſche Darſtellung des Terrains. Wien 1888.

Z a f f a u k. Signaturen in- und ausländiſcher Plan- und Kartenwerke. 2. Auflage. Wien 1889.

Eine Schlüſſelſammlung, um alle Arten von Karten und Plänen zu leſen, nebſt Angaben der üblichen Verjüngungsverhältniſſe. Außer den Signaturen enthält das Büchlein auch die auf Karten vorkommenden Abkürzungen in 12 Sprachen.

Z ö p p r i t z. Leitfaden der Kartenentwurfslehre für Studierende der Erdkunde und deren Lehrer. Leipzig 1884.

Gründet ſich auf elementar-mathematiſche Kenntniſſe und bildet ein vorzügliches Lehrbuch für Geographen, welche in der höheren Mathematik nicht bewandert ſind.

Wichtige Aufſätze enthalten ferner faſt alle geographiſchen Zeitſchriften, beſonders die Z e i t ſ ch r i f t d e r G e ſ e l l ſ ch a f t f ü r E r d k u n d e z u B e r l i n, P e t e r m a n n s G e o g r a p h i ſ ch e M i t t e i l u n g e n, die Z e i t ſ ch r i f t f ü r w i ſ ſ e n ſ ch a f t l i ch e G e o g r a p h i e von K e t t l e r und die G e o g r a p h i ſ ch e Z e i t ſ ch r i f t von A l f r. H e t t n e r. Sehr eingehende und reichhaltige Berichte über die neueren litterariſchen Erſcheinungen auf dem Gebiete der Kartenprojektionslehre, wobei auch die in Zeitſchriften u. ſ. w. enthaltenen Aufſätze vollſtändig berückſichtigt werden, veröffentlichten S. G ü n t h e r im IX., X., XII. und XIV. und E. H a m m e r im XVII. Band des „Geographiſchen Jahrbuchs."

Vorbegriffe.

Grundsätze der Ortsbestimmung.

Die Erde dreht sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit um einen ihrer Durchmesser (N S Fig. 1), welchen man die Erdachse nennt, und welcher als solche in ihr und in dem Weltraum eine nahezu unveränderliche Lage hat; die Endpunkte der letzteren heißen Pole, und zwar ist der uns nähere N der Nordpol, der entgegengesetzte S der Südpol der Erde. Der größte Kreis EQ, dessen Ebene senkrecht auf der Erdachse steht, heißt der Aequator, der Gleicher oder die

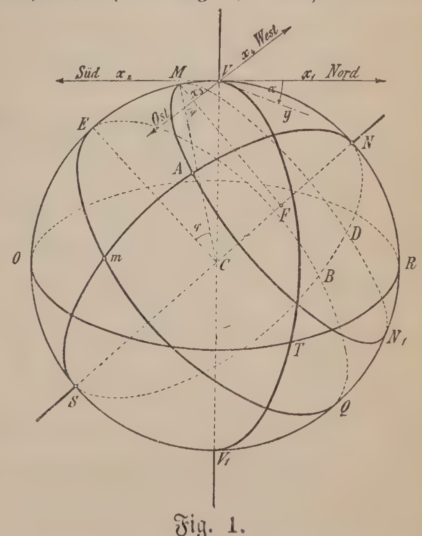


Fig. 1.

Linie; seine Ebene teilt die Erde in zwei Halbkugeln (Hemisphären), von welchen die den Nordpol enthaltende die nördliche, die andere die südliche heißt. Größte Kreise, welche auf dem Aequator senkrecht stehen und demnach durch die Pole der Erde laufen (N A S B N), nennt man Meridiane oder Längenkreise, ihre Ebenen Meridianebenen; die Erdachse ist die gemeinschaftliche Durchschnittslinie aller Meridianebenen. Im engeren Sinne versteht man unter dem Meridian eines Ortes nur den Halbkreis, der durch den Ort zu den beiden Polen geht; die andere Hälfte des bezüglichen Kreises bezeichnet man als Gegenmeridian. So ist N A S der Meridian von A und N B S dessen Gegenmeridian. Schneidet man die Erde durch Ebenen, welche auf der Erdachse senkrecht stehen, so werden die Schnittlinien auf der Oberfläche Parallel- oder Breiten-Kreise ($M A N_1$ D M) genannt.

Denkt man sich den Standort V eines in einem beliebigen Punkte der Erdoberfläche befindlichen Beobachters mit dem Mittelpunkt der Erde verbunden und diese Verbindungslinie beliebig verlängert, so erhält man eine Vertikale ($V V_1$). Die auf dieser senkrecht stehende, durch den Mittelpunkt der Erde gelegte Ebene O R heißt die Ebene des wahren Horizonts des Beobachtungsortes. Die durch den Beobachtungsort V zur Ebene des wahren Horizonts parallel gelegte Ebene wird die Ebene des scheinbaren Horizonts des Beobachtungsortes V genannt. Wegen der verschwindenden Kleinheit des Erdhalbmessers gegenüber den Entfernungen im Weltall fallen in Bezug auf diese der wahre und scheinbare Horizont zusammen. Die Schnittlinie x_1 x_2 der durch den Beobachtungsort gehenden Meridianebene mit der Ebene des scheinbaren Horizonts giebt die betreffende Meridianrichtung in

diesem Orte an und heißt auch die Nord-Südlinie. Derjenige Teil Vx_1 dieser Schnittlinie, welcher nach dem Nordpole zu weist, giebt die Nordrichtung, der entgegengesetzte Teil Vx_2 die Südrichtung an. Die von der Nordrichtung im Sinne des Uhrzeigers um 90° abweichende Richtung Vx_3 liefert die Ostrichtung, die entgegengesetzte Richtung Vx_4 die Westrichtung. Diese 4 Richtungen bilden die sogenannten 4 Weltgegenden oder Himmelsrichtungen des Beobachtungsortes V und bilden die Grundlage der geographischen Orientierung. Größte Kreise, deren Ebenen die Vertikale eines Punktes zur gemeinschaftlichen Durchschnittslinie haben, wie z. B. $V T V_1$, V N Q S O, heißen Vertikalkreise, und der Winkel, den die Ebene eines solchen Vertikalkreises mit der Meridianebene des Beobachtungsortes bildet, heißt das Azimut. Das Azimut wird von Norden über Osten nach Süden im Sinne des Uhrzeigers gemessen. Ist $V T V_1$ ein beliebiger Vertikalkreis und $V y$ eine Tangente an denselben in V, so stellt demnach $\sphericalangle\, x_1 V y = \alpha$ das betreffende Azimut dar.

Die Lage eines Ortes auf der Erdoberfläche wird durch die geographische Breite und Länge bestimmt. Die geographische Breite eines Ortes ist der Bogen seines Meridians, welcher zwischen dem Orte und dem Aequator liegt: man zählt die Breite in Gradmaß vom Aequator gegen beide Pole von 0 bis 90° und unterscheidet eine nördliche und eine südliche Breite. Die Länge eines Ortes ist der Bogen des Aequators zwischen einem als Ausgangspunkt für die Zählung angenommenen — dem sogenannten Null- oder Anfangsmeridian — und dem Meridian des Ortes. Man zählt im allgemeinen die Länge von 0 bis 180° gegen Osten und gegen Westen und unterscheidet daher eine östliche und

eine westliche Länge. Ist NES (Fig. 1) der Nullmeridian, so ist:

die geogr. Breite von A = Bogen mA.
" Länge " A = " Em.

Hipparch (160—125 v. Chr.) führte die Bestimmung der Ortslage nach „Längen“ und „Breiten“, welche die Lehre von der Kugelgestalt der Erde zur Voraussetzung hat, ein und bediente sich dieser Ausdrücke in Befolgung der früheren Gewohnheit, die Ausdehnung der Länder der vermeintlichen Erdscheibe oder des bewohnbaren Erdgürtels durch eine lineare Längen- und Breitenausmessung anzugeben. So sagte man z. B. nach Aristoteles, die bekannte Erde sei 70000 Stadien lang und 40000 breit.

Schon die Alten rechneten die Breiten vom Aequator ab, zählten dieselbe jedoch zuerst nicht in Gradmaß, sondern bestimmten sie durch die Zugehörigkeit zu einem „Klima“, einer Bestrahlungszone oder Gürtel gleicher längster Tagesdauer. Die Länge bezog man zuerst auf einen Mittelmeridian, den Meridian von Rhodus. Ptolemäus verlegte den Anfangsmeridian an die Westgrenze der ihm bekannten Erde, nach den Glücklichen (Kanarischen) Inseln. Aber bereits die Araber führten durch Annahme des Meridians von Bagdad eine bedeutende Willkür ein, und im Entdeckungszeitalter entstand infolge der durch eine Inselgruppe nicht genügend festzulegenden Meridianbestimmung die größte Verwirrung. Ein auf Richelieus Anregung unternommener Einigungsversuch führte zur Annahme des Meridians der Westspitze der Insel Ferro als des Nullmeridians. Da die fehlerhafte Berechnung desselben als 20° westlich von Paris jedoch nur einen idealen Meridian schuf, konnte auch dieser Versuch zu keiner Einigung führen. In neuerer

Zeit haben sich die meisten Nationen dahin verständigt, den Meridian der Greenwicher Sternwarte als Nullmeridian anzunehmen; nur Frankreich hält am Pariser Meridian fest, und alle Versuche, einen „neutralen Meridian“ zur Anerkennung zu bringen (z. B. Jerusalem), sind mißglückt. Auf den Karten findet man jetzt hauptsächlich die Meridiane von Greenwich und Paris, während der von Ferro allmählich verschwindet.

Umfang der Parallelkreise.

Ist in Fig. 1 $MF = r$ der Halbmesser des Parallelkreises MAN_1, $\sphericalangle\,\varphi$ die geographische Breite dieses Parallelkreises, $EC = R$ der Halbmesser des Aequatorkreises, so ergiebt sich aus dem rechtwinkligen $\triangle\,MCF$:

$$\frac{MF}{MC} = \cos CMF = \cos MCE = \cos\varphi$$

$$\text{d. h. } \frac{r}{R} = \cos\varphi \text{ oder } r = R\cos\varphi.$$

Stellt ferner u den Umfang des Parallelkreises MAN_1, U den Umfang des Aequators dar, so ist:

$$u = 2\pi r = 2\pi R\cos\varphi$$
$$U = 2\pi R$$

somit:

$$u : U = 2\pi R\cos\varphi : 2\pi R$$
$$= \cos\varphi : 1$$
$$u = U\cos\varphi.$$

Da nun mit zunehmender Breite der Wert von $\cos\varphi$ abnimmt, so nimmt mit zunehmender Breite der Umfang der Parallelkreise ab.

Aus $u = U\cos\varphi$ ergiebt sich $\frac{u}{360} = \frac{U}{360}\cos\varphi$

d. h. man erhält die Bogenlänge eines Grades des in der

Breite φ gelegenen Parallelkreises dadurch, daß man die Bogenlänge des Aequatorgrades mit $\cos \varphi$ multipliziert.

Nimmt man den Erdhalbmesser*) zu 6 370 km an, so beträgt die Bogenlänge des Aequatorgrades: $\frac{2\,\pi\,6370}{360}$ km, die der Aequatorminute: $\frac{2\,\pi\,6\,370}{360 \cdot 60}$ km $= 1{,}852$ km $= 1\,852$ m, die der Parallelkreisminute in der Breite $\varphi = 1852 \cos \varphi$ m.

Ortsbestimmung in der Ebene und auf der Kugel.

Die Lage eines Punktes in der Ebene bestimmt man am einfachsten durch Beziehung des Punktes auf zwei feste, auf einander senkrechte Gerade. Sind O X und O Y (Fig. 2) zwei solcher Geraden und fällt man auf dieselben von dem gegebenen Punkte A aus Senkrechte, so nennt man die Abstände dieses Punktes von den zwei festen Geraden seine **Koordinaten**, und zwar heißen sie in diesem Falle **senkrechte** oder **rechtwinklige Koordinaten**. Die von dem Punkte A auf die Achse O X gefällte Senkrechte nennt man insbesondere die **Ordinate** (Am), den Abstand des Fußpunktes der Ordinate vom

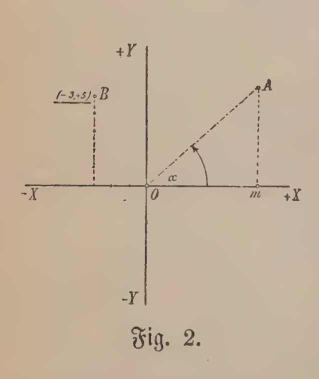


Fig. 2.

*) Für die meisten Aufgaben des Kartenentwurfs genügt es, die **Erde als Kugel** zu betrachten, obwohl sie in Wirklichkeit **ein an den Polen abgeplattetes Rotationsellipsoid** ist, dessen halbe große Achse a = 6 377 397 m, dessen halbe kleine Achse b = 6 356 079 m ist. (**Bessel'sche Werte 1841.**)

Schnittpunkte O des Achsensystems die Abscisse (Om). Achsensystem nennt man die sich schneidenden Geraden OX und OY. Unterscheidet man bei jeder Achse zwei Richtungen und bezeichnet die eine als positive, die andere als negative, so ist ein Punkt der Ebene vollständig bestimmt, wenn seine beiden Koordinaten durch Länge und Vorzeichen gegeben sind. Hat z. B. ein Punkt die Koordinaten (— 3, + 5), so erhält man seine Lage, indem man auf der — X Achse vom Schnittpunkt der beiden Achsen, dem Ursprung O aus, 3 gleiche Teile abträgt, im Teilpunkt ein Lot in der Richtung der + Y Achse errichtet und auf letzterem von diesem Teilpunkt aus 5 solche gleiche Teile abträgt; der so erhaltene Endpunkt B stellt die gesuchte Lage des Punktes dar. Sind viele Punkte aufzutragen, so wird diese Operation dadurch erleichtert, daß man die Zeichnung mit einem Maßstabsnetz überzieht, d. h. zwei Systeme von Parallelen zu beiden Achsen in den Abständen der Längeneinheit auszieht, oder die Zeichnung mit einem auf durchsichtigem Grunde aufgetragenen Millimeternetz überdeckt.

Sehr gebräuchlich sind auch die Polarkoordinaten. Bei diesen nimmt man einen festen Punkt als Pol an und eine gegebene Gerade als Polarachse. Die Lage eines Punktes ist nun vollkommen bestimmt, wenn sein Abstand vom Pole und der Winkel gegeben ist, den die durch den Pol und den Punkt gezogene Linie mit der Polarachse bildet. Dieser Winkel ist immer in demselben Sinne anzutragen, meistens in dem Sinne von der + X und + Y Achse. Ist in Fig. 2 O der Pol, OX die Polarachse, so ist Punkt A durch $\sphericalangle \alpha$ und durch die Entfernung OA bestimmt. Auch hier kann man sich das Auftragen der Punkte, beziehungsweise das Ablesen der Koordinaten erleichtern, wenn man um den

Pol als Mittelpunkt konzentrische Kreise mit den Halbmessern von 1, 2, 3 . . . Längeneinheiten beschreibt und durch O mehrere Strahlen zieht, welche alle möglichen Winkel mit OX von 1° bis 359° einschließen.

Den Koordinaten der Ebene entsprechen die sphärischen Koordinaten der Kugel. Man verwendet dazu ein Polarkoordinatensystem, dessen Elemente nicht mehr gerade Linien und Kreise, sondern krumme Linien sind, von denen die eine Gruppe strahlenförmig unter gleichen Winkeln vom Pol ausgeht, während die zweite aus krummen Linien besteht, die in je gleichem Bogenabstand vom Pol diesen umziehen.

Astronomische Ortsbestimmung.

Bei der Erde entspricht diesem System das Netz der Meridiane und Breitenkreise, und zwar die geographische Länge der Abscisse, die geographische Breite der Ordinate. Man erhält ein Bild der Erdoberfläche auf einem künstlichen Erdglobus, indem man auf letzterem einen der größten Kreise als Aequator betrachtet und in die Längengrade einteilt; auf den darauf senkrechten Meridianen trägt man die Breitengrade auf. Mit Hülfe dieses Netzes verzeichnet man die Lage der einzelnen Punkte nach ihren geographischen Längen und Breiten. Die Lagenbestimmung ist für die Erde durch die Achsendrehung derselben und die Sichtbarkeit der Himmelskörper erleichtert. Um die Breite eines Ortes oder die Höhe des Poles über dem Horizonte desselben zu erhalten,*) wird die Höhe OS eines Gestirns zur Zeit seiner Kulmination

*) Vergl. Sammlung Göschen Nr. 11, Astronomie.

gemessen (Fig. 3) und daraus die Zenithdistanz ZS = 90° — OS gebildet. Den astronomischen Kalendern entnimmt man die Deklination des bezüglichen Sternes ES. Es ist aber ES + SZ = EZ und EZ + ZP = ZP + PR = 90°, also EZ = PR = der Polhöhe und der geographischen Breite des Beobachters, dessen Zenith Z ist. Der Längenunterschied zweier Orte ergiebt sich aus dem zeitlichen Unterschied der Kulmination der Sonne an beiden Orten.

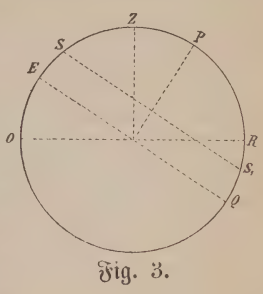


Fig. 3.

Es ist aber nicht notwendig, die Lage aller Orte astronomisch zu bestimmen; es erfolgt dies nur für wichtigere Punkte, sogenannte Triangulierungspunkte erster Ordnung. Die Lage der übrigen Punkte bestimmt man, indem man ihre Richtungen und Entfernungen in Bezug auf die Punkte erster Ordnung abmißt oder berechnet und aus diesen die Breiten- und Längenunterschiede gegenüber den erstgenannten ableitet.

Grundsätze der Perspektive.

Man versteht unter Perspektive das Verfahren, welches beobachtet werden muß, um körperliche Gegenstände auf einer Ebene so zu zeichnen, wie sie sich von einer gegebenen Entfernung aus dem betrachtenden Auge darstellen. Diese Ebene, auf der die Abbildung oder Zeichnung erfolgen soll, nennt man die Bildebene. Führt man vom Augpunkte O (Fig. 4) eines Beobachters drei Gerade nach den Eckpunkten eines

außerhalb der Bildebene liegenden Dreiecks ABC und verlängert man erstere, bis sie die Bildebene MN treffen, so geben die Verbindungslinien der Treffpunkte wieder ein Dreieck abc, welches die perspektivische Projektion des außerhalb der Bildebene liegenden Dreiecks ABC bildet. Die vom Augpunkte zu den Ecken gezogenen Geraden Oa, Ob, Oc nennt man Seh- oder Projektionsstrahlen. Unter einem Strahlenbündel versteht man die Gesamtheit von Strahlen, die durch den Augpunkt gelegt werden.

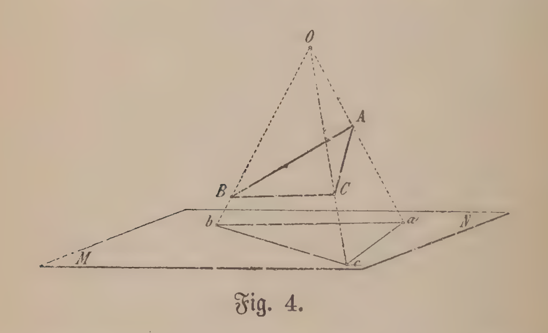


Fig. 4.

Um die perspektivische Projektion einer krummen Linie zu finden, wird man im allgemeinen die perspektivische Projektion einzelner Punkte derselben bestimmen und letztere mit einander verbinden. Unter den krummen Linien ist die wichtigste der Kreis. Um nun die perspektivische Projektion des Kreises zu bestimmen, führt man vom Augpunkte ein Strahlenbündel zu den Peripheriepunkten des gegebenen Kreises. Denkt man sich das Bündel aus unendlich vielen Strahlen bestehend, so bildet das Strahlenbündel die Mantelfläche eines Kegels, und die Schnittfigur der

letzteren mit der Bildebene stellt die perspektivische Projektion des Kreises dar. Nun wird die Mantelfläche eines Kreiskegels von einer Ebene nach einem Kreise, nach einer Ellipse, Hyperbel oder Parabel geschnitten; folglich kann die perspektivische Projektion eines Kreises ein Kreis, eine Ellipse, Parabel oder Hyperbel sein. Ist die Bildebene der Kreisebene parallel, so ist die perspektivische Projektion des Kreises wiederum ein Kreis. Ist die Ebene des Kreises gegen die Bildfläche geneigt, so erhält man als perspektivische Projektion des Kreises eine andere der genannten Figuren. Geht endlich die Ebene des Kreises durch das Auge, so ist sein perspektivisches Bild eine gerade Linie, weil das Strahlenbündel eine Ebene bildet und diese die Bildebene nur nach einer Geraden schneiden kann.

Um die Erdoberfläche am einfachsten und natürlichsten nach den Gesetzen der Perspektive darzustellen, bedient man sich des nachstehenden Verfahrens. Man denkt sich aus dem Mittelpunkte C (Fig. 5) der wirklichen Erdkugel eine andere konzentrische Kugel von kleinerem Halbmesser r beschrieben und zu jedem Punkte der Kugelfläche die entsprechenden Erdradien gezogen: dann sind die Durchschnittspunkte dieser Radien mit der kleineren konzentrischen Kugelfläche die zentralen Projektionen jener Punkte auf dieser Kugelfläche; so ist z. B. a die Projektion von A, b jene von B. Auf

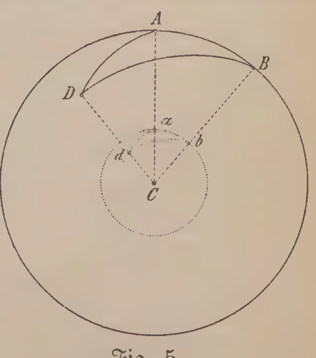


Fig. 5.

letzterer Kugel, welche der künstliche Erdglobus genannt

wird, befinden sich die einzelnen Punkte in denselben gegenseitigen Lagen, wie in der Wirklichkeit, und ihre Entfernungen verhalten sich zu jenen in der Natur wie der Halbmesser des künstlichen Globus r zum Halbmesser der Erde R. Man hat in der That, weil A B und a b konzentrische Bögen sind:

$$a\,b : A\,B = a\,C : A\,C = r : R,$$

woraus

$$a\,b = \frac{r}{R}\,A\,B,$$

d. h. a b ist gegenüber A B im Verhältnis $\frac{r}{R}$ verkleinert. Projiziert man noch einen dritten Punkt D, so ist ebenso:

$$a\,d = \frac{r}{R}\,A\,D, \qquad d\,b = \frac{r}{R}\,D\,B \text{ also:}$$

$$a\,b : a\,d : d\,b : = A\,B : A\,D : D\,B.$$

Da auch die entsprechenden sphärischen Winkel in den beiden sphärischen Dreiecken A B D und a b d einander gleich sind, so sind somit diese beiden sphärischen Dreiecke ähnlich, oder das Bild a b d ist dem Bilde A B D ähnlich. Die Abbildung auf dem Globus stimmt also völlig mit dem Original überein, sie ist nur im Verhältnis r : R linear verkleinert.

Derlei künstliche Globen werden zwar für den ersten Unterricht in der Geographie verwendet, doch eignen sie sich nicht für das weitere geographische Studium, weshalb man zu anderen Abbildungsmethoden greifen muß.

Zur Vereinfachung des Ausdruckes werden wir in der Folge immer annehmen, die Erde sei auf einem künstlichen Globus abgebildet und es handle sich um die Abbildung der Fläche dieses Globus. Sagen wir also, ein Kreis oder die Grade eines Kreises werden in ihrer natürlichen Größe wiedergegeben, so handelt es sich immer um die Größe der bezüglichen Stücke auf dem Globus.

Orthogonalprojektion der Raumgebilde auf zwei Projektionsebenen.

Die Perspektive unterscheidet sich von der geometrischen Zeichnungslehre dadurch, daß sie die betreffenden Gegenstände so wiedergiebt, wie sie in ihren Formen und Verhältnissen in der Natur, von einem gewissen Standpunkte aus betrachtet, uns erscheinen, nicht aber, wie sie wirklich sind. Letzteres bezweckt das geometrische Zeichnen.

Geradeso wie man die Lage des Punktes in der Ebene durch Beziehung auf zwei senkrechte Gerade bestimmt, erfolgt dies im Raume durch Beziehung auf zwei aufeinander senkrechte Ebenen, wovon die eine horizontal, die andere vertikal stehend angenommen wird. Sind A B und A C (Fig. 6) zwei solche Ebenen, und fällt man vom gegebenen

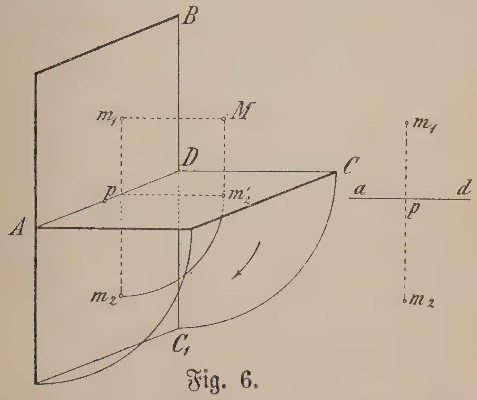


Fig. 6.

Punkte M aus die Lote $M m_1 \perp A B$, $M m'_2 \perp A C$, so nennt man die Fußpunkte m_1 und m'_2 der Senkrechten $M m_1$ und $M m'_2$ beziehungsweise die Vertikal- und die Hori-

zontalprojektion des Punktes M. Die Lage eines Punktes M im Raum ist vollständig bestimmt, sobald seine beiden Projektionen m_1 und m'_2 auf die Grundebenen gegeben sind; man hat offenbar in m_1 und m'_2 auf diesen Ebenen Lote zu errichten, so stellt der Schnittpunkt dieser Lote die gesuchte Lage des Punktes dar. Denkt man sich die Ebene A C um die Gerade A D nach abwärts gedreht, bis sie in die Verlängerung A C_1 der Ebene A B zu liegen kommt, so stellen m_1 und m_2 die zwei Projektionen des Punktes M dar. Beim Zeichnen auf dem Papiere genügt es, die Achse a d (auch Grundschnitt genannt) darzustellen, in welcher sich die beiden Ebenen schneiden, und zwar pflegt man sie horizontal zu stellen, wodurch die Projektionsstrahlen m_1 p und m_2 p in eine einzige, zu ad senkrechte und somit vertikale Gerade fallen.

Soll irgend ein Körper in den beiden Projektionen dargestellt werden, so müssen genügend viele Punkte desselben auf beide Ebenen projiziert werden.

Erster Teil.
Die Kartenprojektionslehre.

Erstes Kapitel.
Die älteren Kartenprojektionen.

§ 1. Aelteste Versuche der Länderabbildung.

Schon die ältesten Völker fühlten das Bedürfnis, Teile der Erdoberfläche in der Ebene abzubilden, aber die Nachrichten, die wir über die Darstellungen einzelner kleiner Gebiete haben, sind nur karg und unbestimmt. An bildliche Darstellungen der ganzen Erde wagten sich zuerst die Gelehrten des universell beanlagten Griechenvolkes. Sicher ist es, daß Anaximander aus Milet (um 580 v. Chr.) die damals bekannte Erde auf einer Erztafel darstellte, daß Aristagoras auf seiner Gesandtschaftsreise nach Griechenland (500 v. Chr.) ein in Erz gegrabenes Erdbild mitführte, daß zur Zeit des Aristophanes ein solches Erdbild die Bewunderung der Athener hervorrief, und daß Herodot schon davon spricht, daß es der Kartenzeichner bis auf seine Zeit schon viele gegeben habe. Den Wert dieser Abbildungen darf man nicht zu hoch anschlagen: es waren mehr Erdbilder, d. h. zeichnerische Wiedergaben vager Vorstellungen von fremden Ländern, als Erdkarten, genaue mit Absicht hergestellte Abbilder der Erdoberfläche nach der Größe und gegenseitigen Lage der Erdräume. In Anlehnung an mythische Vorstellungen scheinen

sie sämtlich kreisrund gewesen zu sein; sie entbehrten vermutlich jeder mathematischen Grundlage und Projektionsmethode.

In späterer Zeit entwarfen Dikäarch (320 v. Chr.), Eratosthenes und Posidonius (80 v. Chr.) graphische Darstellungen der bekannten Länder, die im einzelnen wohl besser und genauer entworfen, dennoch der Beachtung wissenschaftlicher Ueberlegungen fast ganz ermangelten. Wie naiv und unmathematisch man auch bei diesen späteren Versuchen noch verfuhr, beweisen Strabos Ausführungen in seiner Geographie (15—24 n. Chr.). Die Lehre von der Kugelgestalt der Erde hatte sich in der Gelehrtenwelt zur Anerkennung durchgerungen, und Strabo wußte auch, daß sich die Kugelfläche nicht so einfach verebnen läßt, aber über diese letztere Schwierigkeit dachte er sich leicht hinwegsetzen zu können. „Es liegt wenig daran, daß die Meridian- und Parallelkreise durch gerade, auf einander senkrechte Linien dargestellt werden, da man sich ja aus den in den ebenen Landkarten angegebenen Größen und Formen immerhin eine Vorstellung von den wirklichen Verhältnissen auf der Kugel machen kann. Auch wäre es überflüssig, das Zusammenlaufen der Meridiane gegen den Pol auf dem Kartenblatte ersichtlich machen zu wollen; es genügt die Einbildungskraft, um das zu ersetzen, was der Karte mangelt.“ Auf solchen Grundsatz gestützt, dachte sich also Strabo die abzubildenden Länder alle in einer Ebene liegend und wandte für die Bestimmung der gegenseitigen Lage der Orte die Methode der rechtwinkligen Koordinaten an S. 12). Als Koordinatenachsen zog er nach dem Vorbilde des Dikäarch (das „Diaphragma“) auf dem Papierblatte zwei senkrechte Gerade, von denen die eine den Parallelkreis von Rhodus vorstellte; im Sinne der geographischen Breite teilte dieser die damals bekannte Erde in zwei Hälften. Senkrecht auf diese legte er

den Meridian von Rhodus an, der nach der Ansicht der Alten auch durch Syene, Alexandria und Byzanz ging, und erhielt so das gewünschte Koordinatensystem, wie jenes in Fig. 2 gezeichnete. Nun zeichnete er in das Blatt die anderen Punkte der Erde nach ihren Entfernungen von diesen beiden Hauptachsen ein. Daß ein solches Verfahren zu keiner besonderen Genauigkeit führen konnte, wußte Strabo selbst. Deshalb schrieb er, man müsse diese Entfernungen auf eine größere Anzahl von Meridianen und Parallelkreisen beziehen, zu diesem Zwecke müßte man aber die bezüglichen geographischen Längen und Breiten genau kennen. Und darin lag die Schwierigkeit der Kartographierung. Denn wenn man auch seit Hipparch die Theorie der astronomischen Rechnungs- und Beobachtungsmethoden genügend ausgebildet hatte, so entsprach dem doch nicht die Praxis der Beobachtungen, teils weil die Instrumente, mit deren Hilfe astronomische Beobachtungen auszuführen sind, nicht ausreichten, teils weil die Möglichkeit korrespondierender Beobachtung nahezu ausgeschlossen war. Aus dem ganzen Altertum kennen wir nur 3 bis 4 mit Hilfe des Gnomon ausgeführte Breitenbestimmungen und nur eine gelegentliche Längenberechnung Karthago-Arbela! In Ermangelung astronomischer Ortsbestimmungen half man sich mit Distanzberechnungen, die indessen allein auch nicht genügen und noch Richtungsbestimmungen erfordern. Für die Entfernungen verließ man sich ganz auf die Schätzung der Land- und Seereisenden, und wie unsicher diese ausfielen, beweisen uns die Erdmessungsversuche des Eratosthenes und des Posidonius,[1]) deren Ergebnisse um 10000 Stadien von einander abweichen. Für Richtungsbestimmungen fehlte noch ein auf die Nordweisung der Magnetnadel gegründetes Instrument.

[1]) Vergl. Sammlung Göschen Nr. 11, Astronomie.

§. 2. Die Projektionen auf abwickelbare Flächen.

1. Die cylindrischen Projektionen.

Die weltberühmte Stadt des Altertums, Alexandria in Aegypten, war unter den Ptolemäern der Mittelpunkt der exakten Wissenschaften. Entsprechend unseren heutigen wissenschaftlichen Akademien wurde daselbst das Museum gegründet, in dem gelehrte Männer sich gänzlich der Wissenschaft widmeten und zu diesem Zwecke aus königlichen Mitteln einen ehrenvollen Unterhalt erhielten. Aus diesem Vereine erwuchsen bedeutende Förderer der Mathematik und Astronomie, unter ihnen Eratosthenes und mehrere Jahrhunderte später der Astronom und Geograph Claudius Ptolemäus (um 120 n. Chr.), dessen Geographie wir oft zu nennen haben werden. Im 24. Kapitel des ersten Buches dieses Werkes behandelt Ptolemäus die Landkartenkonstruktion, und es spielen dabei die Plattkarten die wichtigste Rolle. Diese beruhen auf der Methode der Cylinderabwickelung.

Da ein Kugelmantel als doppelt gekrümmte Fläche nicht abzuwickeln und in der Ebene auszubreiten ist, kam man schon im Altertum auf den Ausweg, die Zeichnung der Kugeloberfläche auf den Mantel eines der Kugel sich möglichst anschmiegenden Körpers zu übertragen und dann diesen abzuwickeln. Als ein solcher Körper bot sich zunächst der Cylinder dar.

Es sei $A P A_1$ (Fig. 7) die halbe Erdkugel, $A A_1$ der Aequator, P der eine Pol, O der Mittelpunkt der Erde und $A A_1 D_1 D$ eine Cylinderfläche, welche die Halbkugel längs des Aequators berührt. Führt man von dem im Mittelpunkte O gedachten Auge Sehstrahlen nach mehreren Punkten der Erdoberfläche, so treffen sie verlängert die Cylinderfläche, und die ent-

stehenden Schnittpunkte bilden die cylindrischen Projektionen der bezüglichen Erdpunkte. So ist B cylindrische Projektion von b, C jene von c. Alle nach Punkten eines und desselben Meridians gezogenen Sehstrahlen, wie Ob, Oc, liegen in der Ebene dieses Meridians, welche auf der Aequatorebene senkrecht steht. Die Aequatorebene ist aber gleichzeitig die Grundfläche des Cylinders; die Meridianebene

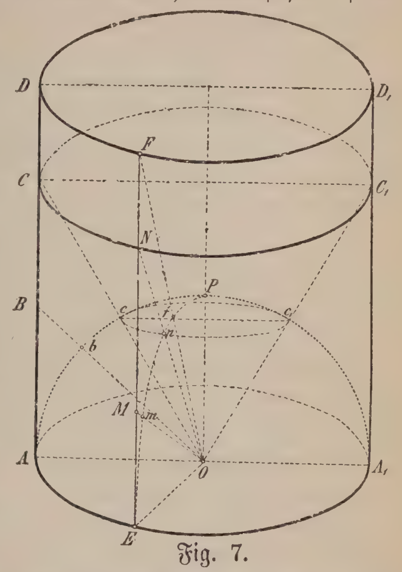


Fig. 7.

steht somit senkrecht auf der Cylinderbasis und enthält in sich die mit der Erdachse zusammenfallende Cylinderachse. Eine solche Ebene schneidet die Mantelfläche des Cylinders nach zwei Geraden, also werden auch die zu Punkten eines und desselben Meridians gezogenen Sehstrahlen Projektionen ergeben, die in einer geraden Linie liegen. Es wird somit A D die Projektion von A P, A_1 D_1 die Projektion des Gegenmeridians A_1 P sein. Ebenso werden die Projektionen M und N der im Meridian P E liegenden Punkte m und n auf der Geraden E F liegen, welche die Projektion des Meridians E P darstellt.

Wickelt man die Cylinderfläche A A_1 D_1 D ab, so wird

der Aequator $A A_1$ als gerade Linie erscheinen, während gerade, auf dem Aequator senkrecht stehende Linien die Projektionen der Meridiane darstellen.

Führt man Sehstrahlen nach verschiedenen Punkten eines und desselben Parallelkreises, wie z. B. $O c$, $O n$, $O c_1$, so werden die sich ergebenden Schnittpunkte in gleichen Abständen vom Aequator liegen. Denn man hat:

Bogen $A c$ = Bogen $E n$ = Bogen $A_1 c_1$, daher auch:

$$\sphericalangle A O C = \sphericalangle E O N = \sphericalangle A_1 O C_1.$$

Nun haben die rechtwinkligen Dreiecke $A O C$, $E O N$ und $A_1 O C_1$ außer den Winkeln $A O C$, $E O N$ und $A_1 O C_1$ auch die Katheten $A O$, $E O$ und $A_1 O$ (als Halbmesser derselben Kugel) gleich, die Dreiecke sind somit kongruent; daher $A C = E N = A_1 C_1$. Dasselbe gilt für die Projektionen aller anderen Punkte des gleichen Parallelkreises; wenn man daher die Cylinderfläche abwickelt, werden die Parallelkreise als gerade Linien erscheinen, welche mit dem Aequator parallel laufen.

Das System der Meridian- und Parallelkreise bildet das Gradnetz der Karte, und dieses wird, wie wir sehen, in der cylindrischen Projektion durch ein System von geraden, auf einander senkrecht stehenden Linien wiedergegeben. Strabo und wahrscheinlich auch seine Vorgänger Dikäarch und Eratosthenes benutzten bei ihren Kartenentwürfen dieses System; letzterem fielen auch bereits einige Mängel desselben auf, die er aber für zu unbedeutend hielt. Es liegt nämlich immerhin ein Widersinn in dem Umstande, daß Linien, welche auf der Kugel Kreise sind, in der Ebene als Gerade erscheinen. Die Parallelkreise verengen sich ferner auf der Kugelfläche, in der cylindrischen Projektion sind sie alle untereinander gleich und gleich dem Aequator. Die Meridiankreise konvergieren auf der Erde gegen die Pole, in unserer Projektion stehen sie zu

einander parallel. Daraus entsteht aber eine Verunstaltung, eine Auseinanderzerrung der Länderform, und zwar in um so größerem Maße, je größer die geographische Breite wird.

Da sich der Aequator in seiner natürlichen Größe abwickelt, werden die Längengrade untereinander gleich sein, man wird also die abgewickelte Linie in 360 gleiche Teile einzuteilen haben.

Die Breitengrade wachsen dagegen im Verhältnis zur Tangente der geographischen Breite; denn es ist:*) $AB = R \operatorname{tg} AOB$, $AC = R \operatorname{tg} AOC$ u. s. w. Da $\operatorname{tg} 90^0 = \infty$ ist, kann man den Pol in dieser Projektion gar nicht darstellen, was unmittelbar aus der Figur ersichtlich ist, da der zum Pol geführte Sehstrahl OP parallel zu den Cylindermantellinien wird. Um also die Breitenskala etwa von 5^0 zu 5^0 zu konstruieren, müßte man den Halbmesser des künstlichen Globus mit $\operatorname{tg} 5^0$, bezw. $\operatorname{tg} 10^0$, $\operatorname{tg} 15^0$ . . . . . multiplizieren und die erhaltenen Werte, vom Aequator anfangend, auf die Meridiane auftragen.

In dieser Form wird die cylindrische Projektionsart jedoch nicht verwendet; man leitet aus derselben eine andere Methode des Entwurfes ab, die sogenannte *äquidistante Cylinderprojektion*. Anstatt nämlich die Breitengrade zu vergrößern, macht man sie einander gleich und gleich den Aequatorgraden; die darauf gegründeten Karten sind die sogenannten Plattkarten. Zieht man in denselben die Meridiane und Parallelkreise in gleichwertigen Abständen z. B. von 5^0 zu 5^0, so besteht das so entstandene Netz aus gleichen Quadraten, und deshalb werden solche Karten auch *quadratische Plattkarten* genannt.

---

*) Ein für allemal wird der Kugelradius mit R bezeichnet.

Diese Art der Plattkarten sind von Marinus von Tyrus, einem nur aus Ptolemäus „Geographie“ bekannten Geographen des ersten Jahrhunderts unserer Zeitrechnung, erdacht worden. Er ist der eigentliche Begründer der mathematischen Kartographie. Er erkannte auch den störenden Fehler der quadratischen Plattkarte und änderte deshalb ihren Entwurf ab. Weil nämlich die Parallelkreise alle in gleicher Größe wiedergegeben sind, ist die Längenverzerrung der in höheren Breiten gelegenen Parallelkreise und somit der bezüglichen Länder eine zu starke. Marinus wollte dem abhelfen, indem er die Cylinderfläche nicht tangential an den Aequator anlegte, sondern dieselbe beim Parallelkreis von 36° n. Br. in die Kugel eindringen ließ, sodaß die Basis der Cylinderfläche diesem Parallelkreis gleich wurde. Wickelt man jetzt die Cylinderfläche ab, so wird nunmehr der Parallelkreis von 36° n. Br. in seiner natürlichen Größe wiedergegeben. Marinus ließ diese Eigenschaft dem Parallelkreis von 36° zukommen, weil dieser, wie schon erwähnt, als Parallel von Rhodus die damals bekannte Welt im Sinne der Breite in zwei gleiche Teile teilte. Heutigentags läßt man die Cylinderfläche beim mittleren Parallelkreis des abzubildenden Landes eindringen, d. h. bei jenem Parallelkreis, der von den äußersten Parallelkreisen gleich weit absteht. Hierbei erscheinen die Parallelkreise in den höheren Breiten etwas größer, in den tieferen etwas kleiner als in Wirklichkeit; nur der mittlere Parallelkreis stellt sich in wahrer Größe dar. Man nennt derartige Karten Plattkarten im engeren Sinne.

Das Netz einer solchen Karte wird, wie folgt, gezeichnet: Man zieht die auf einander Senkrechten A B, C D (Fig. 8),

welche durch den Mittelpunkt O des darzustellenden Landes gehen; die Linie A B stellt alsdann den mittleren Parallelkreis, die Linie C D den mittleren Meridian des Landes dar. Vom Punkte O aus trägt man auf C D nach oben und unten gleiche Teile auf, und diese stellen die Breitengrade vor. Ist R der Halbmesser des künstlichen Globus, welcher der Projektion zu Grunde liegt, so

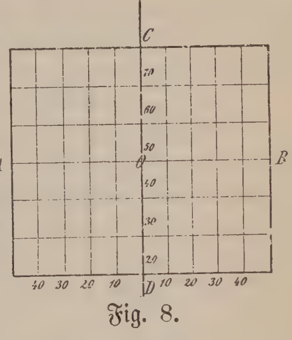


Fig. 8.

ergiebt sich die Größe eines Breitengrades $g = \frac{2 R \pi}{360}$. Nun sind auf A B die Längengrade aufzutragen. Wir sahen, daß die Bogenlänge l_1 der Parallelkreisgrade in der Breite φ gleich $l \cos \varphi$ ist, wenn l die Bogenlänge des Aequatorgrades bedeutet (S. 11). Auf der Kugel sind aber die Bogenlängen der Aequator- und Meridiangrade einander gleich, d. h. $l = g$, weil Aequator und Meridiane größte Kreise sind. Ist also φ die geographische Breite des mittleren Parallelkreises (A B), so sind die auf A B aufzutragenden Teile $l_1 = g \cos \varphi$.

Durch die erhaltenen Punkte führt man zu A B und C D parallele Gerade und erhält so das Netz.

Macht man die Meridiangrade auf der Plattkarte irgend einer Längeneinheit, z. B. 1 cm gleich, so ist die lineare Ausdehnung der Längengrade für nachstehende Breiten folgende ($l_1 = 1 \cos \varphi$ cm):

$\varphi = 10^\circ$	$l_1 = 0{,}985$ cm	$\varphi = 50^\circ$	$l_1 = 0{,}643$ cm
$\varphi = 20^\circ$	$l_1 = 0{,}940$ „	$\varphi = 60^\circ$	$l_1 = 0{,}500$ „
$\varphi = 30^\circ$	$l_1 = 0{,}866$ „	$\varphi = 70^\circ$	$l_1 = 0{,}342$ „
$\varphi = 40^\circ$	$l_1 = 0{,}766$ „	$\varphi = 80^\circ$	$l_1 = 0{,}174$ „

Auf einem derartigen Netz sind die Längengrade kleiner als die Breitengrade, die Netzmaschen bilden Parallelogramme (resp. Rechtecke), weshalb man solche Karten auch parallelogrammatische Plattkarten nennt.

Ptolemäus scheint ein Menschenalter nach Marinus fast nur die Theorie dieses seines Vorgängers ausgebaut zu haben. Ob seine Geographie, die in 8 Büchern zunächst die Prinzipien der mathematischen Geographie und der Kartenzeichenkunst und dann eine Aufspeicherung nach Breite und Länge festgelegten Kartenmaterials enthält, mit Karten versehen war, ist fraglich. Erhalten sind uns sicherlich nur die Zeichnungen, die auf Grund dieses Materials im fünften Jahrhundert unserer Zeitrechnung ein gewisser Agathodämon, zum Teil fehlerhaft, zusammenstellte.

Im 8. Buch seiner Geographie gab Ptolemäus Anweisungen, wie man das Bild der bekannten Erdoberfläche auf einem Atlas von 26 Karten zu entwerfen habe. Für diese 26 Spezialblätter bediente er sich der Marinus'schen Projektion, die ihm genügend genau erschien. Dagegen sah er ein, daß für die Abbildung großer Flächen die Plattkarten ungeeignet sind. Denn bewahrt man das richtige Verhältnis der Längengrade auf dem mittleren Parallelkreis der Karte, so wird dieses richtige Verhältnis bei den äußeren Parallelkreisen nicht bestehen und die Störung um so bedeutender ausfallen, je größer das abzubildende Land in seiner Breitenausdehnung ist. Erstreckt sich z. B. die Karte von 20 bis 60° in der Breite, so ist der mittlere Parallelkreis jener von 40°, und die Parallelkreisgrade bewahren zu den Meridiangraden überall das Verhältnis von 0,766 : 1 (siehe obige Tabelle). Das richtige Verhältnis sollte aber bei 20° (am unteren Rande bei nördlichen Breiten) 0,940 : 1, bei 60°

(am oberen Rande) 0,500 : 1 sein. Um diese Verzerrungsfehler zu verringern, schlug Ptolemäus daher für die Abbildung größerer Flächen, also für die Zeichnung einer Uebersichtskarte der ihm bekannten Erde, zwei ihm eigentümliche **Kegelprojektionen** vor.

2. Die Kegelprojektionen.

Statt eines **Cylinders** kann man auch den **Kegel**, als einen der Kugel sich anschmiegenden Körper, zur Uebertragung der Zeichnung der Kugel auf eine abwickelbare Mantelfläche benutzen. Man legt an den darzustellenden Teil des Globus eine tangentiale Kegelfläche, auf welche man die Einzelheiten der Kugeloberfläche projiziert, und wickelt erstere in eine Ebene ab. Die Lage der Kegelfläche wählt man so, daß sie die Erde im mittleren Parallelkreis A G B (Fig. 9) des darzustellenden Landes berührt. Der Scheitel C dieser Kegelfläche liegt in der Verlängerung der Erdachse P′ P. Die verlängerten Meridianebenen werden Achsenschnitte verursachen und die Kegelfläche nach Mantellinien schneiden; so schneidet z. B. die Verlängerung der Ebene des Meridians P M G N P′

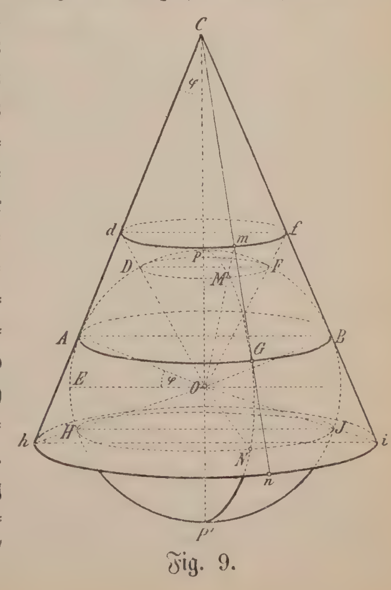


Fig. 9.

den Kegel nach der Mantellinie C m G n. Führt man vom Mittelpunkte der Kugel Sehstrahlen nach unendlich vielen Punkten eines Parallelkreises D F, so bildet das so entstehende Strahlenbündel eine zweite Kegelfläche, und die zwei Kegelflächen schneiden sich, da ihre Scheitel auf der gemeinschaftlichen Achse liegen, längs einer Kreislinie d f. Wickelt man jetzt den Kegelmantel ab, so werden die Projektionen der Meridiane als konvergierende gerade Linien, jene der Parallelkreise als konzentrische Kreisbögen mit dem gemeinschaftlichen Mittelpunkt im Scheitel des Kegels erscheinen. Der Parallelkreis, längs welchem die Berührung

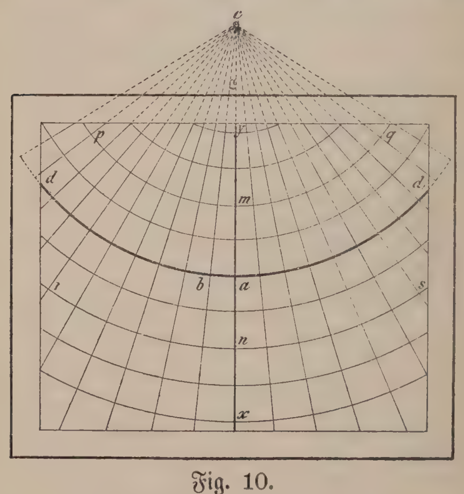


Fig. 10.

von Kegel- und Kugelfläche erfolgte, wird in seiner natürlichen Größe wiedergegeben. Die so entstehende Projektion nennt man eine reine Kegelprojektion.

Als die gebräuchlichste Abart dieser reinen Kegelprojektion entsteht die **äquidistante Kegelprojektion**, wenn man das Liniensystem beibehält, die Breitengrade unter sich gleich macht und den mittleren Parallelkreis in seiner richtigen Größe wiedergiebt. Zu diesem Zwecke muß zunächst die Kegelseite C A berechnet werden. Ist φ (Fig. 9) die Breite des mittleren Parallelkreises A B, R der Halbmesser des Globus (AO), so ist $\sphericalangle$ E O A $= \varphi = \sphericalangle$ A C O. Aus dem rechtwinkligen Dreiecke A C O folgt nun: A C $=$ R cotg φ.

Es wird also der Mittelmeridian der Karte c x (Fig. 10) ausgezogen und von c als Mittelpunkt mit dem Halbmesser c a $=$ R cotg φ der Bogen d d_1 beschrieben, welcher die Projektion des mittleren Parallels darstellt. Die Meridiangrade sind $l = \frac{2 R \varphi}{360}$ lang; diese trägt man auf der Linie c x von a aus gegen oben und unten ab. Durch die Teilpunkte führt man von c als Mittelpunkt konzentrische Bögen. Um die Meridiane der Karte zu konstruieren, berechnet man am besten den Centriwinkel α, welcher der Größe des mittleren Parallelkreisgrades a b entspricht. Die Bogengröße l_1 eines Parallelgrades in der Breite φ ist (S. 11):

$$l_1 = l \cos \varphi = \frac{2 R \pi}{360} \cos \varphi = a b.$$

Da nun $a b : 2 a c . \pi = \alpha : 360$,

und $\underline{a b = l \cos \varphi, \qquad a c = R \operatorname{cotg} \varphi}$ ist, so ergiebt sich:

$$l \cos \varphi : 2 R \operatorname{cotg} \varphi \, \pi = \alpha : 360$$

$$\text{d. h. } \alpha = \frac{l \cos \varphi \, . \, 360}{2 R \pi \operatorname{cotg} \varphi}, \text{ und da } l = \frac{2 R \pi}{360},$$

$$\alpha = \frac{2 R \pi}{360} \cdot \frac{\cos \varphi \, . \, 360}{2 R \pi \operatorname{cotg} \varphi} = \frac{\cos \varphi \, .}{\operatorname{cotg} \varphi} = \sin \varphi.$$

Ist die Breite des Mittelparallels 50°, so ist sin 50°

= 0,766, also α = 0,766°. Durch wiederholtes Anlegen dieses Winkels an c a zu beiden Seiten läßt sich das Meridiansystem in die Karte einzeichnen.

Die äquidistante Kegelprojektion ist für Länder, die von Nord nach Süd nicht zu ausgedehnt sind, zu empfehlen, weil sie bei leichtem Entwurf nur mäßige Verzerrungen liefert.

Ptolemäus schlug diese Projektion für die Abbildung der Erde vom Aequator bis zur Nordgrenzlinie der ihm bekannten Erde vor und wählte als mittleren Parallelkreis wiederum denjenigen der Insel Rhodus. Um aber die Verzerrungen an dem oberen und unteren Rand der Karte zu beseitigen, erdachte Ptolemäus eine andere Modifikation dieser Projektionsmethode.

Er zeichnete den Mittelmeridian der Karte als gerade Linie auf das Blatt und teilte sie in gleiche Teile ein, welche den Breitengraden entsprechen. Ueber die Art und Weise, wie er den Mittelpunkt der Parallelkreise auf dem Mittelmeridian bestimmte, sind die Ausleger der „Geographie" nicht ganz einig; nach Delambre sollte dieser Mittelpunkt vom Aequator 181° 50′ entfernt gewesen sein. Von diesem Mittelpunkte aus führte er durch die Breitengrade konzentrische Kreisbögen und erhielt so die Parallelkreise. Anstatt nun einen einzigen Parallelkreis nach dem richtigen Verhältnis wie auf der Kugel zu teilen, that er dies auf deren vier, und zwar auf den Parallelkreisen von Thule und Meroë (am Nil), als den äußersten der damals bekannten Welt, und auf jenen von Syene (gegenwärtig Assuan) und Rhodus. Endlich machte er die Aequatorgrade den Meridiangraden gleich, wie dies auf der Kugel der Fall ist. Durch die je 5 gleichwertigen Teilungspunkte legte er Verbindungslinien, also Kurven, keine Kreisbögen, und erhielt so die Meridiane. Diese Pro-

jektion nennt D'Avezac in mißverständlicher Auffassung eines Ausdrucks des Ptolemäus die homeotäre.

§ 3. Die perspektivischen Projektionen.

1) Die orthographischen Projektionen.

Bei den perspektivischen Darstellungen der Kugeloberfläche, die im Altertum nur für die Zeichnung von Himmelskarten verwendet wurden, ist zunächst die Lage des Auges und der Bildebene zu bestimmen.

Bei der orthographischen Projektion liegt der Augpunkt im Unendlichen, und die Projektionsebene wird senkrecht zu den parallelen Projektionsstrahlen angenommen. Je nachdem nun diese Projektionsstrahlen parallel zur Erdachse oder parallel zur Ebene des Erdäquators oder parallel zu einem beliebigen Erdhalbmesser sind, unterscheidet man die orthographische Polar-, bezw. orthographische Aequatorial-, bezw. orthographische Horizontalprojektion. Projiziert man die darzustellende Erdkugel auf zwei zu einander senkrechte Grundebenen, (vgl. S. 19 f.) von denen die eine (Horizontalebene) auf der Erdachse senkrecht steht, so stellt die Horizontalprojektion die orthographische Polarprojektion (Fig. 11 a) und die Vertikalprojektion (Fig. 11b) die orthographische Aequatorialprojektion dar. Bei ersterer liegt der Mittelpunkt der darzustellenden Halbkugel in einem der Pole p (Fig. 11a); die Parallelkreise projizieren sich als Kreise in wahrer Größe und die Meridiane als gerade Linien (Halbmesser). Bei letzterer liegt der Mittelpunkt der darzustellenden Halbkugel auf dem Aequator, z. B. unter 0° Länge (Fig. 11b). Die Parallelkreise werden gerade Linien senkrecht zur Erdachse, und die Meridiane stellen

sich als Ellipsen dar, welche die Erdachse als gemeinschaftliche große Achse besitzen. Der durch den Augpunkt gehende Mittelmeridian dagegen projiziert sich als gerade Linie, welche

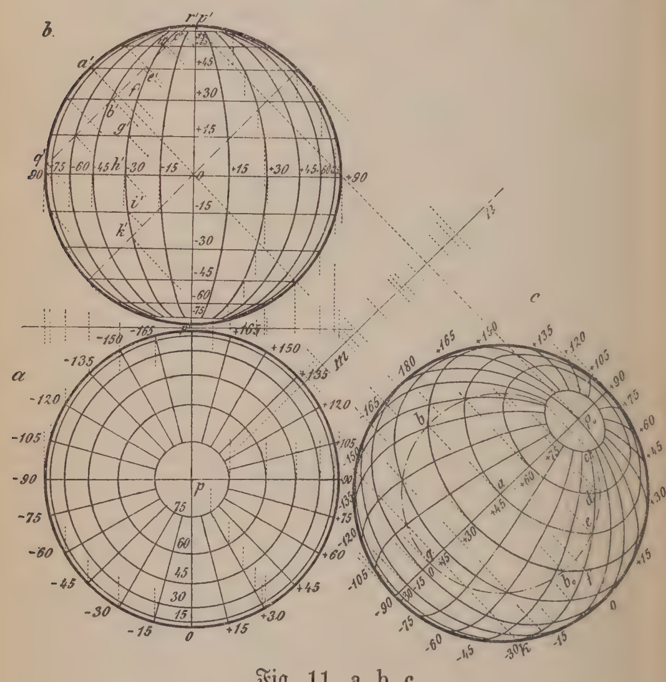


Fig. 11, a, b, c.

mit der Projektion der Erdachse zusammenfällt. Die Konstruktion dieser Ellipsen ergiebt sich auf einfache Weise, indem man zu den Horizontalprojektionen der einzelnen Meridianpunkte die dazugehörigen Vertikalprojektionen bestimmt (Fig. 11a und 11b).

Liegt der Mittelpunkt der darzustellenden Halbkugel ganz beliebig, z. B. in A [bezw. in a′ (Fig. 11b)] unter 45° nördl. Breite und 90° westl. Länge, so hat man die Projektionsebene senkrecht zu dem nach diesem Punkte gezogenen Erdhalbmesser anzunehmen und erhält dann die orthographische Horizontalprojektion. Dieselbe läßt sich aus der orthographischen Aequatorialprojektion leicht dadurch herleiten, daß man letztere (Fig. 11b) als die Vertikalprojektion einer solchen Lage der Erdkugel ansieht, bei welcher die Erdachse der Vertikalebene parallel ist und mit der neuen Grundebene einen Winkel gleich der geographischen Breite von A bildet. Sämtliche Parallelkreise projizieren sich hier als Ellipsen, die sich mit Hilfe einiger Kugelkreise parallel zur neuen Horizontalebene, z. B. des Kreises q′ r′, bezw. des Kreises um a mit Radius a q leicht konstruieren lassen; so erhält man z. B. zu b′ die neue Horizontalprojektion b resp. b_0. Die verschiedenen Meridiane werden ebenfalls Ellipsen, deren einzelne Punkte sich dadurch ergeben, daß man die neuen Horizontalprojektionen c, d, e f . . . . . der Schnittpunkte der verschiedenen Parallelkreise mit den einzelnen Meridianen bestimmt. Der durch A gehende Mittelmeridian dagegen projiziert sich als eine durch die Kartenmitte a gehende Gerade parallel zum neuen Grundschnitt m n.

Die Figuren 11a, b, c stellen eine Vereinigung der 3 orthographischen Projektionen dar. Diejenigen Gegenden, die in der Nähe der Kartenmitte liegen, werden bei der orthographischen Projektion sehr genau abgebildet; da aber die Zonenbreite von der Mitte nach dem Rande hin fortwährend abnimmt, so wird demgemäß die Abbildung um so ungenauer, je näher der betreffende Punkt am Kartenrande liegt. Man bedient sich deshalb dieser Projektion trotz ihrer plastischen Wirkung (Fig. 11c) nicht sehr gern. Ihre Anwendung scheint auf

Hipparch (160—125 v. Chr.) zurückzugehen; sie empfiehlt sich besonders für solche Himmelskörper, die sich uns, wie z. B. der Mond, von selbst orthographisch darstellen. Betrachtet man einen Globus aus großer Entfernung, so erscheint sein Gradnetz in nahezu orthographischer Projektion.

2) Die stereographischen Projektionen.

Der Begriff der Winkeltreue.

Bei der stereographischen Projektion befindet sich der Augpunkt in irgend einem Punkte der Erdoberfläche, und die Bildebene geht in der Regel durch den Mittelpunkt der Erdkugel. Diese, auch bereits von Hipparch ersonnene Abbildungsart nannte Ptolemäus *Ἅπλωσις ἐπιφανείας σφαίρας* (Planisphärium), also zu deutsch „Verebnung der Kugeloberfläche."

Je nachdem das Auge am Pol, am Aequator oder an einem beliebigen anderen Punkt gedacht wird, nennt man die Projektion stereographisch polar, stereographisch äquatorial oder stereographisch horizontal. Die Bildebene geht durch den Mittelpunkt der Erde und steht immer senkrecht auf dem zentralen Sehstrahl, also auf jenem Sehstrahl, den man zum Mittelpunkt des Globus führt. Bei der stereographischen Polarprojektion befindet sich demnach die Bildebene in der Ebene des Aequators, bei der stereographischen Aequatorialprojektion in der Ebene desjenigen Meridians, der um 90° vom Meridian des Augpunktes absteht, bei der stereographischen Horizontalprojektion fällt die Bildebene mit der Ebene des wahren Horizonts des Augpunktes zusammen. Man kann jedoch die Bildebene auch parallel zu diesen Stellungen verschieben und die Oberfläche der Erde berühren lassen.

Selbstverständlich wird bei den stereographischen Projektionen stets derjenige Teil der Kugel dargestellt, dessen Mitte der dem Augpunkte diametral gegenüberliegende Punkt ist.

Die Alten kannten nur die *stereographische Polarprojektion*, die Araber führten den Gebrauch der Horizontalprojektion ein.

Ist A B C D (Fig. 12) die Kugel, A das Auge und M N die Projektionsebene, so ist der Punkt f, in welchem der von A nach einem Punkt F der Kugeloberfläche gezogene

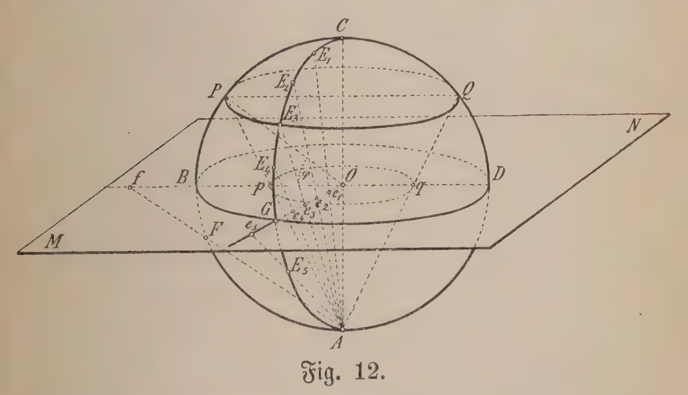


Fig. 12.

Sehstrahl die Bildebene trifft, die stereographische Projektion des Punktes F; ebenso ist q die stereographische Projektion von Q. Ist A zugleich der eine Pol der Erde, so ist die Projektion *stereographisch polar*. In derselben erscheinen alle Meridiane als gerade Linien, die strahlenartig vom Mittelpunkte O der Projektion auslaufen. Zieht man nämlich die Sehstrahlen A E_1 A E_2 A E_3 A E_4 . . . . zu den Punkten E_1 E_2 E_3 E_4 . . . . des Meridians C E_1 E_2 E_3 . . . . A, so bildet das so entstandene Strahlenbündel eine Ebene, welche

mit der Meridianebene C G A zusammenfällt; diese kann die Projektionsebene nur in einer Geraden O G schneiden. Die Projektion des Erdpols C liegt in O, und da alle Meridiane durch C laufen, müssen ihre Projektionen durch O gehen. Es wird also O G die stereographische Projektion des Meridians C G A, O B jene des Meridians C B A sein. Die Meridianebenen C B A und C G A schließen den sphärischen Winkel B C G ein, der durch den Aequatorbogen B G gemessen wird; B G ist aber auch das Maß des Zentriwinkels B O G, d. h. desjenigen Winkels, den die Projektionen der bezüglichen Meridiane einschließen. Also bilden die geradlinigen Projektionen der Meridiane Winkel, welche den Längengraden gleich sind. Der Aequator liegt in der Projektionsebene selbst und erscheint daher in seiner Größe unverändert. Die Parallelkreise erscheinen wieder als Kreise, und zwar sind sie mit dem Aequator konzentrisch; denn die zum Parallelkreis P Q geführten Sehstrahlen bilden die Mantelfläche eines senkrechten Kreiskegels, welcher von der zur Basisebene parallelen Projektionsebene längs einer Kreislinie p q geschnitten wird; der Sehstrahl A C geht ferner durch die Mittelpunkte aller Parallelkreise; somit fallen die Projektionen sämtlicher Parallelkreismittelpunkte nach O. Um den Halbmesser r der Projektion eines Parallelkreises in der Breite φ zu berechnen, bedenke man, daß $\sphericalangle$ C O P $= 90° - \varphi$,

somit $\sphericalangle$ C A P $= \frac{1}{2}(90° - \varphi)$ ist. Aus Δ A O p folgt

aber, wenn man A O = R setzt: $r = pO = R \operatorname{tg}\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right)$.

Aus diesen Betrachtungen ergiebt sich folgendes Verfahren für den Entwurf eines Netzes in stereographischer Polarprojektion:

Mit beliebigem, der Größe des gewählten Blattes entsprechenden Halbmesser (Fig. 13) beschreibe man einen Kreis ABCD, welcher den Aequator vorstellt. Will man das Maß etwa von 10° zu 10° haben, so nimmt man am Aequator diese Teilung vor und zieht durch die Teilungspunkte Halbmesser: dann stellen diese die Meridiane dar. Nun verbindet man

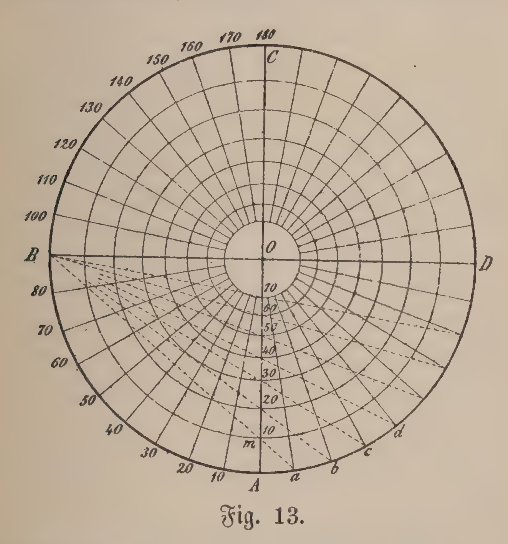


Fig. 13.

den Punkt B des Aequators mit den Punkten a, b, c, d u. s. w. der Längenteilung, welche den Längen 10°, 20°, 30°, 40° u. s. w. . . entsprechen. Wo diese Verbindungslinien den Meridian AC treffen, hat man die Breitengradteilung entsprechend den Breiten von 10°, 20°, 30°, 40° u. s. w. . . Zieht man durch die so erhaltenen Punkte konzentrische Kreise, so erhält man die den Breiten 10°, 20°, 30°, 40° u. s. w. . . entsprechenden Parallelkreise.

Daß z. B. O m wirklich der Halbmesser zum Parallelkreis von $\varphi = 10^0$ Breite ist, ergiebt sich aus der Betrachtung des Dreiecks O B m. Es ist nämlich $\sphericalangle$ D O a $= 90^0 - \varphi$, daher $\sphericalangle$ D B a $= 45^0 - \frac{1}{2}\varphi$ und O m = O B tg $(45^0 - \frac{\varphi}{2})$ oder O m = R tg $(45^0 - \frac{\varphi}{2})$ wie oben, und folglich O m = r.

Aus Fig. 12 ergiebt sich, daß wenn C der Nordpol ist, die ganze nördliche Hemisphäre innerhalb des Aequators, die südliche außerhalb desselben zu liegen kommt. Die Projektion f des Punktes F fällt schon ziemlich weit vom Mittelpunkt der Karte, und diese Entfernung wird unendlich groß für Punkte, die in nächster Nähe von A liegen. Die Darstellung der ganzen Erdoberfläche auf einem einzigen Blatte ist daher bei den stereographischen Projektionen unmöglich, und die Parallelkreise der anderen Hemisphäre liegen um so weiter vom Mittelpunkt des Blattes entfernt, je größer die betr. geographische Breite ist.

Der stereographischen Projektion kommen folgende wichtige Eigenschaften zu:

1. Die stereographischen Projektionen aller Kugelkreise, welche nicht durch den Augpunkt gehen, werden wiederum Kreise.
2. Alle Winkel auf der Kugeloberfläche sind gleich den Winkeln in der Projektion, d. h., die Projektion ist winkeltreu.

Um den ersten Satz zu beweisen, betrachte man (Fig. 14) den Kugelkreis T P Q R S. Ist nämlich M N die Bildebene, A der Augpunkt, C sein Gegenpunkt, p die stereographische Projektion von P, so ziehe man C P und O p, so ist $\sphericalangle$ C P A $= \sphericalangle$ C O p $= 90^0$, d. h., $\triangle$ C P A $\backsim \triangle$ p O A; somit verhält sich:

$Ap : AO = AC : AP$, d. h., es ist
$Ap . AP = AO . AC$. Ebenso läßt sich beweisen, daß
$Aq . AQ = AO . AC$
$Ar . AR = AO . AC$
$As . AS = AO . AC$ ist;
. . . . somit ist

$$Ap . AP = Aq . AQ = Ar . AR = As . AS = \ldots$$
$$= AO . AC$$ d. h. konstant.

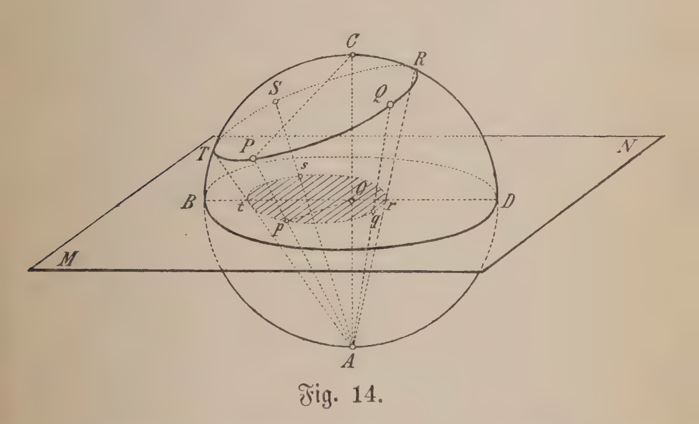


Fig. 14.

Es liegt somit der Kugelkreis und seine Projektion auf einer und derselben Kugelfläche; da aber die Projektion auch in der Ebene MN liegt, so liegt sie auf einer Kugel und in einer Ebene zugleich, kann also nichts anderes als ein Kreis sein.

Um die Eigenschaft der Winkeltreue zu beweisen, legen wir (Fig. 15) an die Kugelkreise xy und uz in deren Schnittpunkt A die Tangenten AF und AG an, so ist $\sphericalangle$ FAG das Maß des von xy und uz gebildeten sphärischen Winkels und FG die Durchschnittslinie

der durch F A G gedachten Ebene mit der Bildebene. Die Projektion des Punktes A ist a. Denken wir uns a mit F und G verbunden, so sind a F und a G die Projektionen von A F und A G und folglich die Tangenten zu den Projektionskreisen, und F a G die Projektion von F A G.

Um zu beweisen, daß $\sphericalangle$ F a G = $\sphericalangle$ F A G ist, lege man durch A, O und Q den größten Kreis O A Q und ziehe an letztern in A die Tangente A B, welche F G in B schneidet. Da nun die Ebenen A F G und S T gleichzeitig auf der Ebene O D A Q senkrecht stehen, so steht auch ihre Schnittlinie

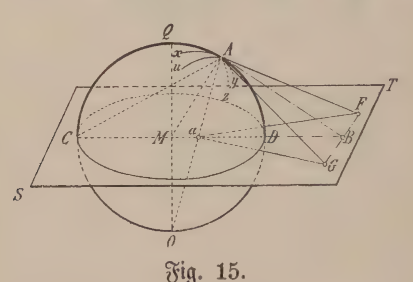


Fig. 15.

linie F G auf der Ebene O D A Q senkrecht, d. h. es ist F G $\perp$ B A und F G $\perp$ B a, d. h. die Dreiecke A B F, a B F, A B G und a B G sind sämtlich bei B rechtwinklig. Bezeichnet man nun $\sphericalangle$ A C M mit γ, so ist $\sphericalangle$ A M D = 2γ und $\sphericalangle$ A M O = $90° + 2\gamma$. Nun ist $\sphericalangle$ a A B (als Tangenten-Sehnenwinkel) = $\frac{1}{2}$ $\sphericalangle$ A M O = $45° + \gamma$. Da aber

$\sphericalangle$ C A O = $\frac{1}{2}$ $\sphericalangle$ C M O = 45° ist, so ist

$\sphericalangle$ A a B = $\sphericalangle$ C A a + $\sphericalangle$ A C a = $45° + \gamma$, d. h. es ist

$\sphericalangle$ a A B = $\sphericalangle$ A a B, somit auch

$$a\,B = A\,B,$$ also ist
$$\Delta\, a\,B\,G \cong \Delta\, A\,B\,G$$ und
$$\Delta\, a\,B\,F \cong \Delta\, A\,B\,F.$$

Also: $\sphericalangle\, G\,a\,B = \sphericalangle\, G\,A\,B$

$\sphericalangle\, F\,a\,B = \sphericalangle\, F\,A\,B$, also auch

$$\sphericalangle\, G\,a\,B + \sphericalangle\, F\,a\,B = \sphericalangle\, G\,A\,B + \sphericalangle\, F\,A\,B$$ oder
$$\sphericalangle\, F\,a\,G = \sphericalangle\, F\,A\,G.$$

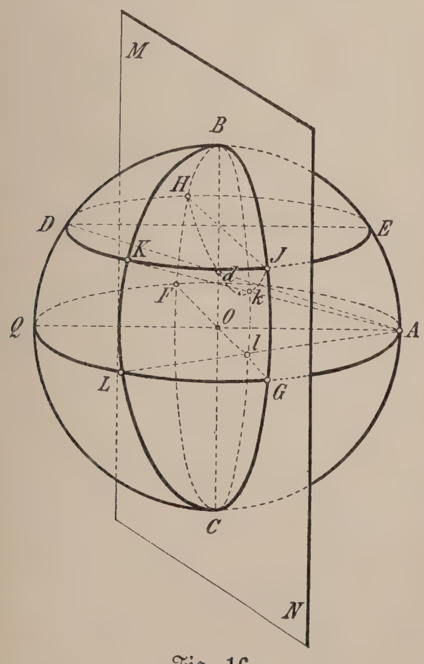


Fig. 16.

Auch die Zeichnung eines Erdbildes nach der stereographischen Aequatorialprojektion beruht auf den=

selben Ueberlegungen. Es ist leicht ersichtlich (Fig. 16), daß bei ihr, da der Augpunkt A im Aequator liegt, mit Ausnahme des Aequators A F Q L G und des Mittelmeridians B Q C, deren Ebenen durch den Augpunkt gehen, die Projektionen sämtlicher übrigen Kreise wiederum Kreisbögen werden müssen, und es handelt sich nur darum, deren Mittelpunkte und Halbmesser zu finden. Zeichnet man zunächst den in die Projektionsebene M N fallenden Begrenzungsmeridian B G C F und zeichnet in demselben einen aufrechtstehenden Durchmesser B C und einen dazu senkrechten Durchmesser F G, so stellt B C die Projektion des Mittelmeridians B Q C, F G diejenige des Aequators und die Punkte B und C die beiden Pole dar. Hat man ein System von Parallelkreisen, z. B. von 15° zu 15° abzubilden, so teilen diese auf der Kugel den Begrenzungsmeridian B J G C F H in 24 gleiche Teile, wodurch sich für die Darstellung eines jeden Parallelkreises zunächst zwei Punkte ergeben. Ein weiterer dritter Punkt auf jedem Parallelkreis ergiebt sich, indem man die Projektion d des auf dem Mittelmeridian liegenden Parallelkreispunktes D mit Hilfe des Strahles A D bestimmt. Da alle Parallelkreise den Mittelmeridian senkrecht schneiden, so müssen auch ihre Projektionen von B C senkrecht geschnitten werden, d. h. die Projektionen aller Parallelkreismittelpunkte liegen auf der Polarachse B C oder ihrer Verlängerung. Da auch der Begrenzungsmeridian senkrecht getroffen werden muß, so ist demnach der Radius O J (Fig. 17) Tangente an den Parallelkreisbogen H J, d. h. der zugehörige Kreismittelpunkt ist der Schnittpunkt P der auf O J in J errichteten Senkrechten mit B C. Die Projektionen der verschiedenen Meridiane müssen offenbar sämtlich durch die Punkte B und C gehen. Einen weiteren Punkt erhält man,

indem man die Projektion l des auf dem Aequator liegenden Meridianpunktes L bestimmt (Fig. 16). Da alle Meridiane den Aequator senkrecht schneiden, so müssen demnach auch in der Projektion alle Meridiane den Durchmesser F G senkrecht

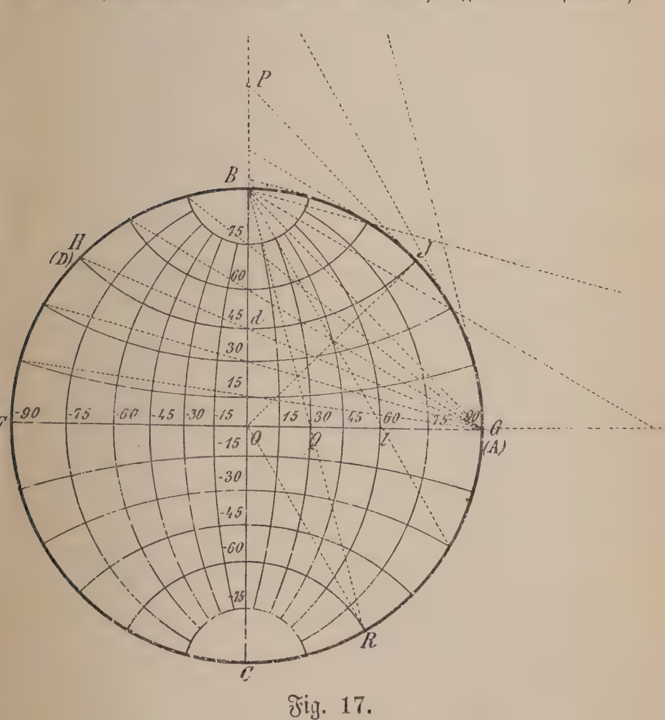


Fig. 17.

schneiden, d. h. die betreffenden Kreismittelpunkte müssen sämtlich auf der Geraden F G oder ihrer Verlängerung, also auf der Aequatorialachse, liegen. Um z. B. den Mittelpunkt für denjenigen Meridianbogen zu finden, der mit dem Be=

grenzungsmeridian einen sphärischen Winkel von 15° bildet, hat man nur nach dem oben über den Begriff der Winkeltreue Gesagten zu bedenken, daß auch die Projektion dieses Meridians mit derjenigen des Begrenzungsmeridians, d. h. mit BFCG einen Winkel von 15° und somit auch die zugehörigen Halbmesser zum Schnittpunkt B bezw. C einen Winkel von 15° einschließen müssen. Man hat daher nur $\sphericalangle$ OBQ = 15° zu machen, so stellt der aus Q mit QB beschriebene Kreisbogen das Bild des betreffenden Meridians dar. Da $\sphericalangle$ COR = 30° ist, so ist demnach $\sphericalangle$ CBR = 15°, d. h. Q ist nichts anderes, als der Schnittpunkt von BR mit FG.

Für die Zeichnung eines Netzes in stereographischer Aequatorialprojektion ergiebt sich mithin: In einen mit beliebigem, der Größe des Kartenblattes entsprechenden Halbmesser beschriebenen Kreis, zeichne man auf einander senkrecht die Polar- und Aequatorialachse und teile dann den Umfang des Begrenzungsmeridians in die erwünschten Gradabschnitte. Die Mittelpunkte der Breiten-, bezw. Meridiankreise findet man dann entweder durch Konstruktion, wie sie aus Fig. 17 erhellt, oder durch Berechnung auf Grund folgender Ueberlegung.

Ist allgemein die geographische Breite des Parallelkreises HDJ = φ, so ist offenbar $\sphericalangle$ JOG = φ, somit auch $\sphericalangle$ JPO = φ, d. h. der Halbmesser des betreffenden Parallelkreises ist dann $PJ = OJ \operatorname{ctg} \varphi = R \operatorname{ctg} \varphi$. Ist ferner allgemein $\sphericalangle$ OBQ = λ, d. h. soll der abzubildende Meridian mit dem Begrenzungsmeridian den Winkel λ bilden, so folgt aus dem rechtwinkligen Δ BOQ für die

---

[1]) Die eingeklammerten Buchstaben bei Fig. 17 beziehen sich auf die entsprechenden Lagen der betreffenden Punkte in der Ebene des Mittelmeridians von Fig. 16.

Länge QB des Halbmessers von der Projektion des betreffenden Meridians:

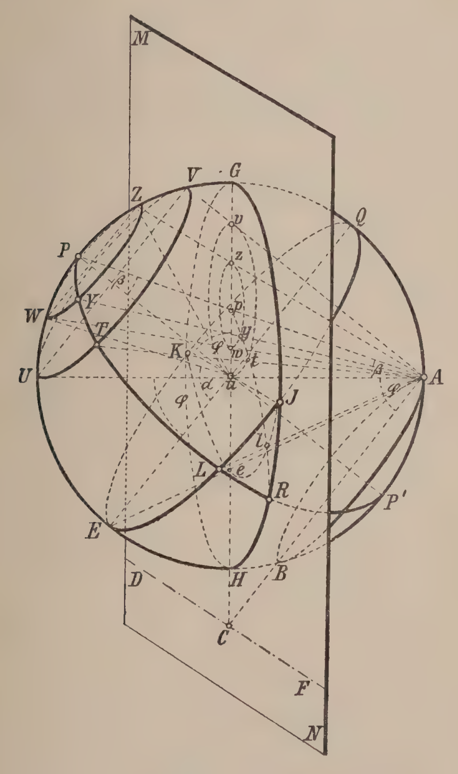


Fig. 18.

$$QB = \frac{BO}{\cos\lambda} = \frac{R}{\cos\lambda};$$ ferner ist $OQ = BO \,.\, \mathrm{tg}\,\lambda = R \,.\, \mathrm{tg}\,\lambda$.

Um die stereographische Horizontalprojektion

für einen Ort zu erhalten, dessen geographische Länge = 0° und dessen nördliche geographische Breite = 48° ist, denke man sich in Fig. 18 U als diesen Ort, mithin als den Mittelpunkt der darzustellenden Halbkugel angenommen. Dann ist der Gegenpunkt A der Augpunkt und die Ebene M N des wahren Horizontes von U die Projektionsebene. Den Rand der Karte

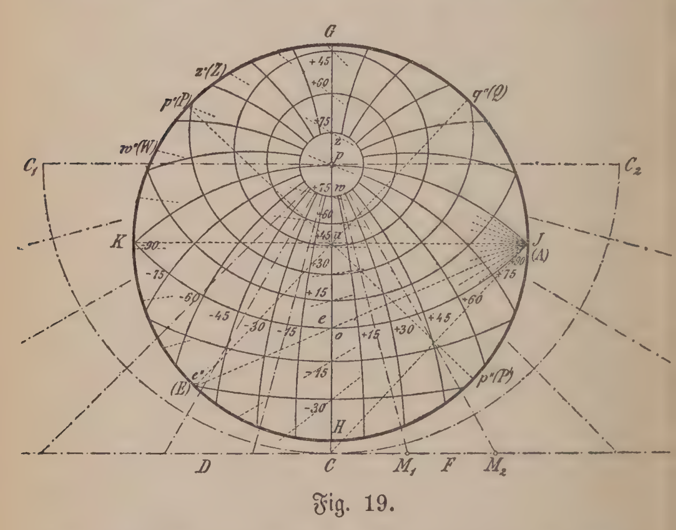


Fig. 19.

(Fig. 19) bildet der Schnittkreis G J H K der Projektionsebene M N mit der Kugel, und der aufrechtstehende Durchmesser G H stellt dann die Projektion des Mittelmeridians GVZPWUEH in Fig. 18 dar. Da die Ebene des Aequators E Q die Projektionsebene M N nach dem zu G H senkrechten Durchmesser K J schneidet, so muß das Bild des Aequators in Fig. 19 durch die Endpunkte K und J des zu G H senk-

rechten Durchmessers gehen. Die Projektionen der auf dem Mittelmeridian GVZPWUEH (Fig. 18) liegenden Punkte der verschiedenen Parallelkreise müssen offenbar auf G H fallen und ergeben sich mit Hilfe der Strahlen AV, AZ, AP, AW, AU u. s. w.; dabei ist zu bemerken, daß die Projektion u von U in den Mittelpunkt des Randkreises fällt. Macht man nun in Fig. 19 ∢ Kue" = 48° (geographische Breite von U), errichtet auf e" uq" in u die Senkrechte p' up", teilt von e" aus die Peripherie des Randkreises in 24 gleiche Teile und zieht von den Teilpunkten Strahlen nach J, so liefern deren Schnittpunkte mit G H die stereographischen Projektionen der auf dem Mittelmeridian liegenden Punkte eines Systems von Parallelkreisen im Abstande von je 15°. Ist z. B. Bogen p' w" = p' z" = 15°, so geben die Schnittpunkte von G H mit den Strahlen J w" und J z" die stereographischen Projektionen von W und Z in w und z, durch welche der Parallelkreis in 75° nördlicher Breite gehen muß. Da nun alle Parallelkreise den Mittelmeridian senkrecht schneiden, so muß dies auch in der Projektion der Fall sein, d. h. die Mittelpunkte der Parallelkreise müssen in der Projektion sämtlich auf G H liegen, wonach sich die Parallelkreise leicht zeichnen lassen; so ist z. B. der Mittelpunkt von w z der Mittelpunkt des Parallelkreises in 75° nördl. Breite.

Von den verschiedenen Parallelkreisen giebt es auch einen, der sich als gerade Linie projiziert, nämlich denjenigen, welcher durch den Augpunkt A geht. Die Projektion D F dieses Parallelkreises ist nichts anderes als die Schnittlinie D F der Parallelkreisebene A B mit der Bildebene M N, und, wie sich durch einfache Betrachtung ergiebt, muß D F auf G H senkrecht stehen. In Fig. 19 ergiebt sich D F, indem man durch J eine Parallele zu e" q" zieht, deren Schnittpunkt C mit

G H bestimmt und in C auf G C ein Lot errichtet. Da sämtliche Meridiane auch diesen besonderen Parallelkreis senkrecht schneiden, so muß dies auch in der Projektion der Fall sein, d. h. sämtliche Meridiane, mit Ausnahme des Mittelmeridians, werden Kreise, welche D F (Fig. 19) senkrecht schneiden müssen, woraus sich sofort ergiebt, daß die Mittelpunkte dieser Kreise sämtlich auf D F liegen müssen. Der zum Mittelmeridian senkrechte Meridian ist offenbar der durch K, p und J gehende Kreis, dessen Mittelpunkt nach C fallen muß. Um das Bild eines Meridians zu erhalten, der mit dem eben erwähnten einen sphärischen Winkel von 15° bildet, beachte man wiederum, daß auch die Projektionen dieser Meridiane sich unter 15° schneiden müssen, und daß somit die Radien nach dem Schnittpunkte einen Winkel von 15° einschließen müssen. Macht man somit $\sphericalangle$ C p $M_1 = 15°$, so ist M_1 der betreffende Mittelpunkt; da ferner die Projektionen aller Meridiane durch p gehen müssen, so stellt der aus M_1 mit M_1 p beschriebene Kreisbogen das Bild des betreffenden Meridians dar. Um das Anlegen der verschiedenen Winkel an p C zu erleichtern, beschreibe man aus p mit p C einen Halbkreis, errichte in p auf C p eine Senkrechte und teile von C aus diesen Kreis nach beiden Seiten je in 6 gleiche Teile, wonach sich die stereographische Horizontalprojektion leicht vervollständigen läßt, wie Fig. 19 zeigt.*)

Durch eine ähnliche Beweisführung, wie bei der Aequatorialprojektion (S. 48), läßt sich darlegen, daß die Länge der Radien der Meridiankreise $= \frac{R}{\cos \varphi \ \cos \eta}$ ist, wenn

*) Die eingeklammerten Buchstaben in Fig. 19 beziehen sich auf die entsprechenden Lagen der betreffenden Punkte in der Ebene des Mittelmeridians in Fig. 18.

φ allgemein die geographische Breite von U, η allgemein den Winkel darstellt, den der gesuchte Meridian mit dem Meridian K p J (Fig. 19) einschließt; für die Länge der Halbmesser der Parallelkreise ergiebt sich der Ausdruck $\frac{R}{2}\left(\operatorname{ctg}\frac{\alpha+\varphi}{2}\right.$ $\left.-\operatorname{tg}\frac{\alpha-\varphi}{2}\right)$, wobei α die geographische Breite des betreffenden Parallelkreises, φ wieder die geographische Breite von U darstellt.

Die stereographischen Projektionsarten eigenen sich gut zur Darstellung größerer Teile der Erdkugel. In ihnen sind fast durchweg die Planigloben unserer Atlanten gezeichnet (östliche und westliche, nördliche und südliche Halbkugel, Halbkugeln der größten Land- und Wassermassen). Doch bedingt diese Darstellungsart auch einen großen Fehler. Betrachtet man die in den Figuren 13, 17 und 19 dargestellten Netze, so bemerkt man, daß es Stellen auf der Karte geben wird, wo die Grade sich erweitern, und andere, wo sie sich verengen. Bei der stereographischen Polarprojektion z. B. werden die Breitengrade in der Nähe des Pols immer enger, bei der Aequatorialprojektion fallen die Längengrade in der Mitte der Karte viel zu klein aus. Der Hauptmangel der stereographischen Projektion liegt in der bedeutenden Vergrößerung des Maßstabes von der Mitte zum Rand, ein Mangel, der besonders dann auffallend wird, wenn man, was bei den stereographischen Projektionen statthaft ist (Fig. 12), die Darstellung über die Halbkugelfläche ausdehnt.

Man behebt diese Uebelstände zum Teil durch parallele Verschiebung der Projektionsebene, zum Teil, indem man das Auge in endliche Entfernung von der Kugelfläche wegrückt. Im letzteren Falle erhält man die sogenannte externe Pro-

jektion. Fig. 20 zeigt die Lage des Auges und der Bildebene bei diesen Kombinationen, in a für eine stereographische Projektion, bei welcher die Bildebene die Kugelfläche berührt, in b für die externe Projektion, wobei die Bildebene entweder durch den Mittelpunkt des Globus gehen oder aber den Globus berühren kann.

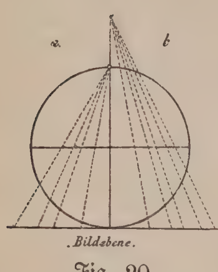


Fig. 20.

Die externe Projektionsart gestattet, bis $^5/_6$ der Erdoberfläche zur Darstellung zu bringen.

Im Altertum zunächst nur für die Zeichnung von Himmelskarten angewandt, wurde die stereographische Projektion für die Landkartenzeichnung erst nach der Entdeckung Amerikas benutzt, als die bekannte Welt immer mehr sich erweiterte und man das Bedürfnis nach einer Abbildungsmethode fühlte, welche die Darstellung einer Halbkugelfläche und mehr gestattete. Da erinnerte man sich an das Planisphärium des Ptolemäus, und gerade bei einer Neuauflage der Geographie des letzteren wandte man diese Projektion zum ersten Male an. Aber zu eigentlicher Lebenskraft wurde sie erst durch den Nürnberger Mathematiker Johannes Werner (1468—1528) gebracht.

3) Die Zentral- oder gnomonische Projektion.

Die Spuren der Zentralprojektion scheinen bis in die Zeiten des Thales zurückzuführen. Es ist wenigstens nicht unwahrscheinlich, daß die Darstellung der Sonnenbahn in der Gestalt der alten Sonnenuhren (Gnomon) auch zur Abzeichnung des gestirnten Himmels nach der gleichen Pro-

jektion führen konnte. Eine Verwendung der zentralen Projektionsmethode für die Zeichnung von Landkarten ist für das Altertum zweifelhaft. Erst in unserem Jahrhundert kam sie als Landkartenprojektion zu besonderer Geltung, und zwar dank ihrer Eigenschaft, die **größten Kreise der Kugel durch gerade Linien wiederzugeben.**

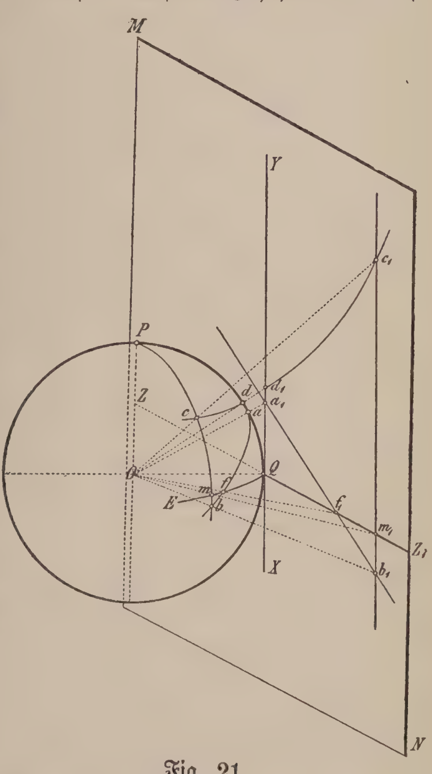


Fig. 21.

Wie schon der Name sagt, denkt man sich das Auge bei der Zentralprojektion im Mittelpunkt der Erde gelegen und die Bildebene die Oberfläche berührend. Auch die Zentralprojektion kann somit eine polare, äquatoriale oder horizontale sein, je nachdem die Bildebene den Pol, einen Punkt des Aequators oder einen anderen beliebigen Punkt der Erdoberfläche berührt.

Es sei in Fig. 21 E P Q der Erdglobus, E Q ein Stück

des Aequators, P der Nordpol; das Auge denke man sich im Mittelpunkt O, die Bildebene M N berühre die Kugel im Punkte Q des Aequators. Um nun nachzuweisen, daß die größten Kreise der Kugel durch gerade Linien wiedergegeben werden, haben wir nur zu überlegen, daß die zu den verschiedenen Punkten ein und desselben größten Kreises gezogenen Sehstrahlen gleichzeitig Halbmesser dieses Kreises sind und somit in der Ebene dieses letzteren liegen, welche die Projektionsebene in einer geraden Linie schneiden muß. Nun bildet aber der Schnitt dieser zwei Ebenen die Projektion des fraglichen größten Kreises, und folglich ist letztere eine gerade Linie. Somit werden der Aequator und der mit seiner Ebene auf der Bildebene senkrecht stehende Meridian durch zwei auf einander senkrechte gerade Linien dargestellt. Es seien X Y und $Z Z_1$ diese zwei Geraden in der Bildebene M N. Die Linie X Y wird parallel zur Globusachse ausfallen und die Kugel in Q berühren; dadurch ergiebt sich die Lage der Linie $Z Z_1$, denn sie muß auf X Y senkrecht stehen und den Globus ebenfalls in Q berühren. Um uns die Entstehung der Projektion irgend eines anderen Meridians klarzumachen, müssen wir bedenken, daß diese Projektionen alle durch die Projektion des Pols gehen müssen. Da der zum Pol geführte Sehstrahl parallel zur Bildebene ausfällt, kann er letztere nur in unendlicher Entfernung treffen; in unendlicher Entfernung werden sich also auch die Meridianprojektionen treffen. Daraus folgt, daß letztere durch parallele, auf dem Aequator senkrecht stehende Linien dargestellt werden. Wir brauchen also nur den zum Fußpunkte eines gegebenen Meridians gerichteten Sehstrahl O m so lange weiterzuführen, bis wir damit die Linie $Z Z_1$ in m_1 treffen. Führt man durch m_1 die Linie c_1 b_1 senkrecht auf Z_1 Z, so ist diese Senkrechte die Projektion des Meridians P m.

Die Parallelkreise können nicht so einfach gezeichnet werden, da sie auf der Bildebene als Kegelschnittlinien erscheinen. Um z. B. die Endpunkte c und d des Parallelkreisbogens c d zu projizieren, müssen die Sehstrahlen O c, O d so weit verlängert werden, bis sie die entsprechenden Meridiane in c_1 bezw. d_1 treffen. Der Abstand von c_1 von der Projektion des Aequators ist größer als der Abstand d_1 Q, und diese Entfernung ändert sich für jeden Punkt des betrachteten Parallelkreises. Die Breitengrade werden also nicht nur untereinander nicht gleich sein, sondern auf allen Meridianen verschieden lang ausfallen; aber auch die Längengrade sind untereinander nicht gleich. Das Netz einer gnomonischen Projektion ist somit nicht so einfach zu zeichnen wie das der bisher betrachteten Projektionsmethoden. Dagegen ist es sehr leicht, einen größten Kreis zu projizieren, von dem nur zwei Punkte gegeben zu sein brauchen. Will man z. B. die Projektion des durch a und b gehenden größten Kreises haben, so verlängert man den Strahl O a bis nach a_1, den Strahl O b bis nach b_1 und verbindet a_1 und b_1 durch eine gerade Linie; dann stellt diese die gesuchte Projektion dar.

Ist P Q der Nullmeridian, Q m die Länge λ des Meridians P m, also auch $\sphericalangle$ Q O m $= \lambda$ und R der Kugelradius, so ist die Projektion dieser Länge:

$$Q\,m_1 = R \operatorname{tg} \lambda.$$

Die Projektion der Breite m c erhalten wir aus dem rechtwinkligen Dreieck O m_1 c_1, wenn φ die Breite von c bedeutet;

$$m_1\,c_1 = O m_1 \operatorname{tg}_1 m_1\; O\, c_1 = O\, m_1 \operatorname{tg} \varphi.$$

Ferner ist in Dreieck Q O m_1 O $m_1 = R \sec \lambda$ und folglich:

$$m_1\,c_1 = R \sec \lambda \operatorname{tg} \varphi.$$

Daraus ergiebt sich für die g n o m o n i s c h e A e q u a-

torialprojektion (Fig. 21) folgende Konstruktionsmethode: Man lege MO ⊥ EQ an (Fig. 22) und beschreibe mit dem Radius des Globus den Kreis um L, der den Aequator in O berührt. Diesen Kreis teile man von O aus nach rechts und links von 0° bis 60° oder 70°, so geben die Durchschnitte der durch die Teilpunkte geführten und ver-

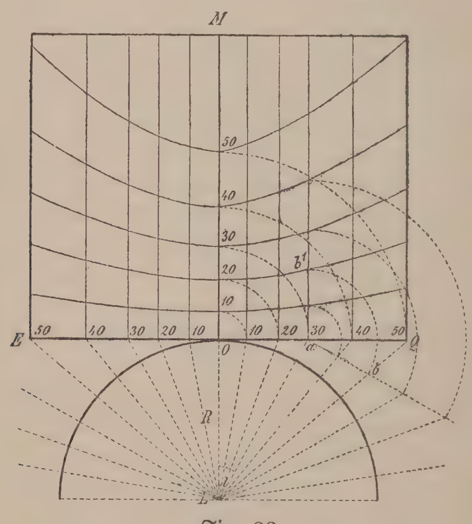


Fig. 22.

längerten Halbmesser die Fußpunkte der entsprechenden Längengrade. In der That ist der ersten der obigen Gleichungen entsprechend $Oa = R \operatorname{tg} \lambda$.

Macht man nun $ab \perp aL$, $\sphericalangle aLb = \varphi$ und $ab_1 = ab$, so ist b_1 der Schnittpunkt des Parallels von φ^0 Breite mit dem durch a gehenden Meridian, denn es ist

$a b_1 = a b = L a \operatorname{tg} \varphi$; in Dreieck O L a ist aber $L a = O L \sec \lambda$,

$$\text{also } a b_1 = R \sec \lambda \operatorname{tg} \varphi$$

wie oben. Bestimmt man mehrere Punkte eines und desselben Parallelkreises in der gleichen Art und verbindet sie, so erhält man die Projektion des betreffenden Parallelkreises.

In der gnomonischen Polarprojektion berührt die Bildebene M N die Erdoberfläche in einem der beiden Pole. Die verlängerten Meridianebenen schneiden die Bildebene nach Geraden, die durch P gehen, weil der Pol den

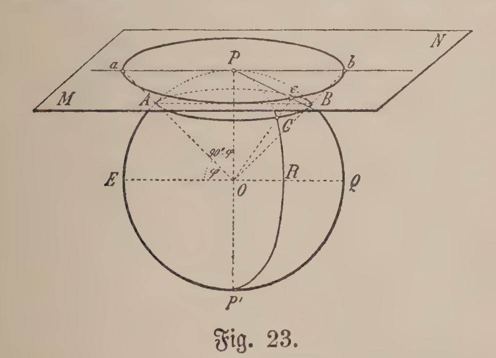


Fig. 23.

gemeinschaftlichen Schnittpunkt aller Meridiane bildet (Fig. 23). Die Projektionen der Meridiane werden aber gleichzeitig auch Tangenten zu dem Globus sein, daher unter sich gleiche Winkel einschließen wie in Wirklichkeit. Ist z. B. P c die Projektion von P C R, P b jene von P B Q, so ist ∢ b P c das Maß des sphärischen Winkels Q P R. Ein zu allen Punkten des Parallelkreises A B geführtes Strahlenbündel bildet eine Kegelfläche, und diese wird von der auf der Achse dieser Kegelfläche senkrechten Bildebene M N nach einem Kreise geschnitten; weil ferner die Mittelpunkte aller Parallel-

kreise auf der Linie O P liegen, werden die Projektionen dieser Mittelpunkte sich in P befinden. Die Parallelkreise erscheinen demnach wieder als Kreise mit dem gemeinschaftlichen Mittelpunkt im Pol; ihr Halbmesser ergiebt sich aus Dreieck a O P:

$$P a = R \operatorname{tg} (90^0 - \varphi) = R \operatorname{cotg} \varphi.$$

Um ein solches Netz anzulegen (Fig. 24), zeichnet man die Meridiane als gerade Linien, die sich im Mittelpunkte der Karte unter Winkeln schneiden, welche den bezüglichen Längenunterschieden gleich sind. Von ihrem Durchschnittspunkte P aus macht man auf einem Meridian eine Strecke P O = R und

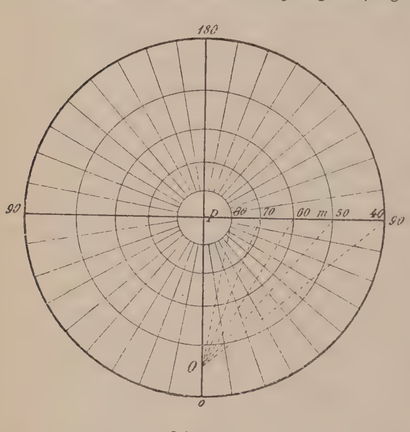


Fig. 24.

führt von O aus Gerade, welche mit O P Winkel von 10°, 20°, 30° .... einschließen. Die Schnittpunkte der letzteren mit dem auf O P senkrechten Meridian geben die Punkte, durch welche die Parallelkreise 80°, 70°, 60° .... gehen müssen Ihr Mittelpunkt liegt in P. Man hat z. B. für den Parallelkreis von $\varphi = 50^0$ Breite: $P m = P O \operatorname{tg} P O m = R \operatorname{tg} 40^0 = R \operatorname{tg} (90^0 - \varphi) = R \operatorname{cotg} \varphi$, wie oben.

Man kann weder mit der Polar- noch mit der Aequatorialprojektion eine ganze Hemisphäre auf einmal auf einem

Blatte darstellen. Betrachten wir nämlich die Fig. 21, so sehen wir, daß die Größe von Längen- und Breitengraden um so mehr zunimmt, je mehr man sich vom Mittelpunkt des Blattes entfernt. Der zum Pol geführte Sehstrahl würde das Blatt erst in unendlicher Entfernung treffen, ebenso der zu jenem Punkt des Aequators geführte, der in der Länge um 90° von Q absteht. Bei der Polarprojektion werden die Radien der in niedrigen Breiten gelegenen Parallelkreise schließlich so groß, daß sie auf einem Blatte von gewöhnlicher Ausdehnung keinen Raum mehr finden könnten

Mit der Zentralprojektion können somit nur kleinere. Teile der Erdoberfläche auf einem Blatte zur Darstellung kommen. Will man die ganze Erdoberfläche abbilden, so kann man sich um den Erdglobus einen Würfel gelegt denken, von dessen Seiten vier den Aequator, zwei die Pole berühren, und auf diese sechs Flächen die ganze Oberfläche gnomonisch projizieren. Noch genauer wird die Abzeichnung, wenn man durch die Projektion auf die Seiten eines Polyeders noch kleinere Teile der Kugelfläche für sich gesondert in der Ebene darstellt.

Ausgedehnte Anwendung findet diese Projektion in der Schiffahrt. Ein Schiff, welches sich von einem Orte der Erdoberfläche zu einem anderen begiebt, segelt gewöhnlich in der Loxodrome, d. h. längs einer Kurve, die alle Meridiane unter einem gleichen Winkel schneidet. Es ist dies zwar nicht die kürzeste Verbindungslinie zweier Punkte einer Kugelfläche, dafür aber für die Schiffahrt die bequemste, weil die Fahrt auf ihr die stete Innehaltung desselben Kurses gestattet.

Kurs ist der Winkel, welchen die Bugrichtung des Schiffes mit dem Meridian ein-

schließt. Bei längeren Seefahrten aber segelt man längs der kürzesten Verbindungslinie, und diese ist der Bogen des den Abfahrts- und Ankunftspunkt verbindenden größten Kreises. Segelt man also im größten Kreise, so benutzt man gnomonische Karten, welche die Einzeichnung dieses Segelweges als gerade Linie ermöglichen, wogegen bei der loxodromischen Schiffahrt die Merkator-Projektion (S. 77 ff.) verwendet wird.

Zweites Kapitel.

Von der Erfindung des Kompasses bis zur Reformation der Kartographie.

§ 4. Die sogenannten loxodromischen Karten.

Die Karten des Altertums waren doch eigentlich immer nur sogenannte „Distanzkarten", indem zu ihrer Darstellung die Entfernungen der Punkte von einem rechtwinkligen Koordinatensystem benutzt wurden. Erst mit der Erfindung des Kompasses erhielt man ein Mittel, um die Richtungen der Punkte gegen einander genauer zu bestimmen, und es entstanden nun auch „Richtungskarten", die man als „sogenannte Kompaßkarten" oder auch als „loxodromische Karten" zu bezeichnen sich gewöhnt hat.

Die Fig. 25 zeigt in schematischem Bilde ein Muster solcher Karten. Das auf ihr sichtbare Liniennetz hat mit einem Gradnetz nichts zu thun, ist vielmehr ein System rein zeichnerischer Hülfslinien, bestehend aus einer im Mittelpunkt der Karte liegenden Kompaßrose (Windrose des Horizontes) mit 16 Hauptrichtungen und einem Kranz von 16 anderen Rosen, die in 32 Teile geteilt sind. Die Mittelpunkte dieser Nebenrosen liegen längs der Peripherie eines zur Hauptrose

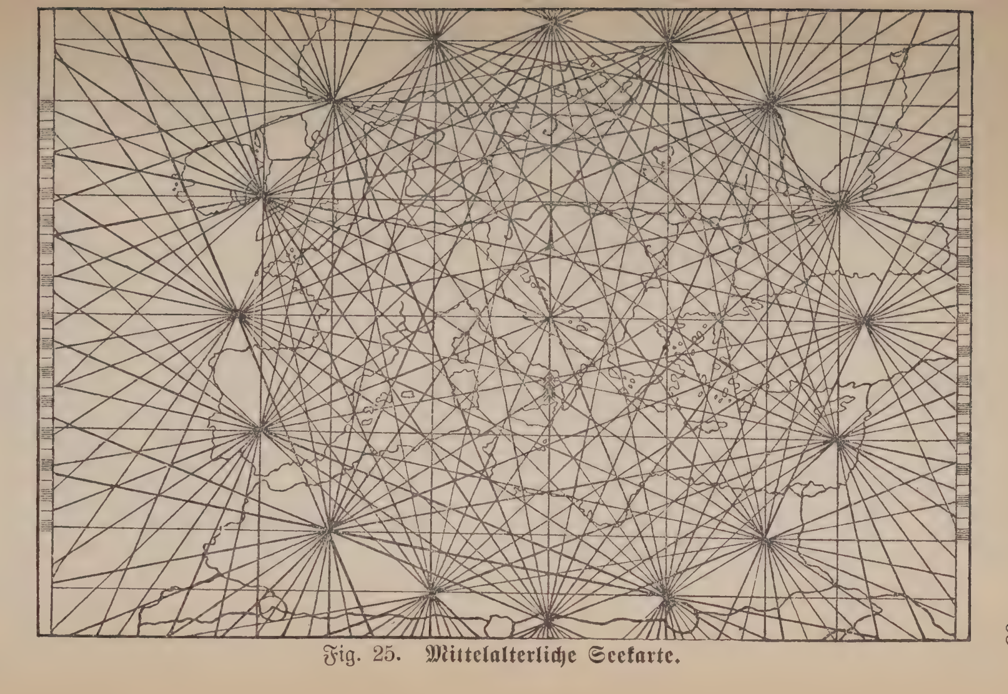


Fig. 25. Mittelalterliche Seekarte.

konzentrisch gedachten Kreises, und zwar auf den 16 Hauptrichtungen der Zentralrose.

Man nennt einen Teil der 32teiligen Rose, der also einem Winkelwert von 360 : 32 = 11° 15′ gleich kommt, einen Strich.

Um die Karten durch die vielen Strichlinien nicht zu undeutlich zu gestalten, pflegte man diese in verschiedenen Farben aufzutragen, und zwar in acht Hauptwindrichtungen (N, NO, O, SO, S, SW, W, NW) schwarz, die halben Winde NNO, ONO, OSO u. s. w.) grün, die übrigen, die Viertelwinde, rot. Die Meilenskala zur Abmessung der Entfernungen war meist an den vertikalen Seitenrändern der Karte gezeichnet. Wie wurden diese Karten entworfen?

Schon seit uralten Zeiten pflegten die Seefahrer die Richtungen und die Distanzen zwischen den Orten, welche sie besuchten, anzumerken und in Schriften zu sammeln, welche sie Periplen, Stadiasmen, Portulani, Seebücher nannten. Diese Seebücher wurden fort und fort verbessert, und das in denselben enthaltene Material mußte schließlich einige Genauigkeit aufweisen. In den großen italienischen Seehandelsstädten des Mittelmeers lebten aber Leute, welche aus der Hydrographie und Kartographie ein Gewerbe machten. Sie sammelten diese Seebücher und zeichneten auf Grund derselben die Karten, indem sie für jede Reise vom gemeinschaftlichen Abfahrtsort mit Hilfe von Maßstab, Zirkel und Kompaß die Richtungen und Distanzen auftrugen. Fanden sie z. B., daß der Ort B 50 Meilen NO von A lag, so legten sie den Punkt B 50 Meilen nordöstlich von A an. Dann trugen ste einen dritten Punkt in Bezug auf A oder B ein u. s. f. Ergaben sich beim Auftragen aus verschiedenen Abfahrtspunkten Unterschiede in der Lagenbestimmung, so

trachtete man, aus vielen Angaben das Mittel zu bilden, um die Fehler auszugleichen.

Wenn es auch kaum zweifelhaft sein kann, daß dieses Verfahren der „Kuppelung der loxodromischen Kurse" die einzelnen Züge des Kartenbildes der italienischen Kartenzeichner bestimmt hat, so geben doch einzelne Umstände, wie gewisse Einzelheiten der Länderzeichnung und das unerklärlich frühe Auftreten schon sehr vollkommener Karten, Anlaß zum Zweifel an der ausschließlichen Abhängigkeit dieser Karten von der Einführung des Kompasses. In neuester Zeit hat H. Wagner den Versuch gemacht, nachzuweisen, daß die mediterrane Seekarte sich aus der antiken Plattkarte (S. 27ff.) mit Zentralrose entwickelt hat. Die Entstehung der „Kompaßkarte" muß zur Zeit noch als unaufgeklärt gelten.

Die ältesten Exemplare solcher mittelalterlichen Karten sind der unter dem Namen Atlas Luxoro bekannte See-Atlas in Genua (aus der ersten Hälfte des 13. Jahrhunderts) und die sogenannte „Pisanische Karte", deren Entstehung vielleicht gegen Ende des 12. Jahrhunderts angesetzt werden muß. Aus späteren Zeiten besitzen die großen europäischen Bibliotheken eine große Anzahl solcher kartographischen Monumente, die jetzt zum größten Teil in trefflichen Reproduktionen in Form von Sammelwerken* zugänglich gemacht sind. Der bedeutendste bekannte Kartenzeichner Italiens war Pietro Visconte aus Genua (um 1318). Die italienischen Seekarten stellten natürlich nur die Gebiete dar, welche der italienischen Schiffahrt zugänglich waren, also das Mediterran-

---

*) Z. B. Jomards Monuments de la Géographie, K. Kretschmers „Festschrift zur Feier der Entdeckung Amerikas, hrsg. durch die Berliner Gesellschaft für Erdkunde", und als bestes die Fischer-Ongania-Sammlung mittelalterlicher italienischer Seekarten.

gebiet und die atlantische Front Europas: ihre Küstenzeichnung war aber für diese Gegenden eine derart richtige, daß sie erst im 17. Jahrhundert aus dem Besitz der europäischen Seeleute zu verdrängen waren.

Außer den mediterranen Seekarten sind uns aus dem Mittelalter noch eine größere Anzahl von Zeichnungen*) überliefert, die als Weltbilder wohl interessant, für die Kartenkunde aber fast belanglos sind. Wertvoll sind nur die späteren Weltkarten, die, wie die Weltkarte des Fra Mauro (1457), die Kenntnisse der Seeleute benutzten und die italienische Seekarte zur Landkarte umgestalteten.

§ 5. Veränderungen an den Plattkarten und an der Kegelprojektion in der Zeit der Renaissance des Ptolemäus.

Dem Mittelalter war das Werk des Ptolemäus unverständlich geworden und zuletzt verloren gegangen. Erst der wissenschaftliche Eifer der Gelehrten der Renaissance machte das Abendland wieder mit der in ihm niedergelegten Summe der wissenschaftlich-kartographischen Kenntnisse des Altertums bekannt, und es begann nun eine Zeit fast unumschränkter Herrschaft des ptolemäischen Beispiels und der ptolemäischen Lehre, die in überaus zahlreichen Ausgaben der „Geographie" verbreitet und allgemein bekannt wurde. Aber mit der Freude an den Werken der Alten erwachte auch die Kritik ihres Inhalts. Die Thatsache, daß die sogenannten Ptolemäuskarten in der überlieferten Gestalt den Lehren des ptolemäischen Textes widersprachen, regte das Interesse an der Verbesserung der Theorie der Kartenzeichnung an. Der erste, der an dieser überlieferten Form zu rütteln und für die Neu-

*) Eine Sammlung solcher Weltbilder giebt die überaus wertvolle Veröffentlichung von K. Miller. Mappae Mundi. Stuttgart 1894–97.

ausgaben eine andere Projektionsart vorzuschlagen wagte, war ein Benediktiner-Mönch aus dem Kloster Reichenbach bei Regensburg, Dominus Nikolaus, fälschlich Donis genannt.

Das Netz seiner pseudocylindrischen oder trapezförmigen Projektion besteht auch aus geradlinigen Meridianen und Parallelen, wie bei der Plattkarte, doch ist nicht nur der mittlere Parallelkreis nach dem richtigen Verhältnis geteilt, sondern es geschieht dies für die äußersten Parallelkreise der Karte. Soll also das Blatt von der Breite φ bis zu jener φ' reichen, so werden die Längengrade auf dem untersten Parallelkreis $= 1 \cos \varphi$, auf dem obersten $= 1 \cos \varphi'$ gemacht (S. 11), wenn 1 die Größe der Meridiangrade bedeutet. Ist $\varphi' > \varphi$, so werden die Längengrade des obersten Parallelkreises kleiner als jene des untersten. Verbindet man nun die gleichnamigen Teilpunkte durch gerade Linien, so erhält man die Meridiane, welche auf den Parallelkreisen geneigt stehen: das einzelne Gradfeld und das ganze Netz bekommt also das Aussehen eines Trapezes. Diese unvollkommene Darstellungsart fand wenig Anklang, da sie in ihren geradlinigen Parallelkreisen die sphärische Gestalt der Erde zu wenig zur Geltung kommen ließ; daher wandten sich Markus Beneventanus und Johannes Cotta, als es sich um eine Neuauflage des Ptolemäus handelte (Rom 1507), wieder der kegelförmigen Projektion zu. Anstatt aber den Kegel um die Kugel zu umschreiben, wählten sie den eindringenden Kegel, indem sie den Scheitel desselben beim Pol A anlegten und die Leitlinie am Aequator BC annahmen (Fig. 26). Bei der Abwickelung einer solchen Kegelfläche handelt es sich um die Bestimmung des Winkels α. Dazu hat man die gewöhnliche Proportion:

$$b c : 2 a b \pi = \alpha : 360.$$

In diesem Falle ist aber $ab = AB = \sqrt{2 R^2} = R\sqrt{2}$. Soll nun etwa bc einen Bogen von 90^0 in der Länge umfassen, so ist, weil hier der Aequator in natürlicher Größe wiederzugeben ist, $bc = \frac{R\pi}{2}$, daher:

$$\frac{1}{2} R\pi : 2 R \sqrt{2}\pi = \alpha : 360; \text{ somit } \alpha = \frac{90^0}{\sqrt{2}}.$$

Man wird also mit dem Halbmesser $R\sqrt{2}$ den Bogen

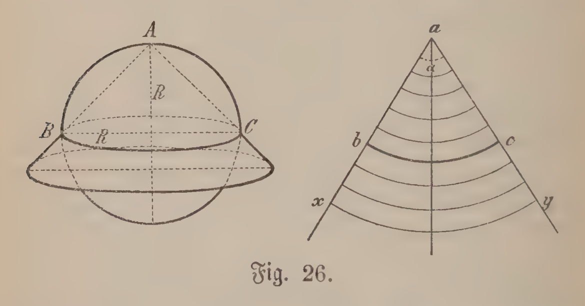


Fig. 26.

bc beschreiben und den Mittelmeridian ziehen; vom Scheitel des Sektors legt man an beide Seiten des Mittelmeridians den Winkel $\frac{\alpha}{2}$ an.

Die Abwickelung bc des Aequatorstückes ist, da letzteres in natürlicher Größe wiedergegeben ist, in gleiche Teile zu teilen, welche die Längengrade vorstellen. Der Pol der Erde befindet sich im Mittelpunkte a des Sektors bac. Die Meridiangrade werden untereinander gleich gemacht und von a als Mittelpunkt durch die Teilpunkte konzentrische Bögen gezogen, welche die Parallelkreise darstellen. Verlängert man ab und ac nach ax und ay, so können auch die südlichen

Breitengrade von b und c gegen x und y aufgetragen werden. So gestattet also diese Darstellungsweise eine Ausdehnung der Zeichnung auch auf südliche Breiten. Die einzige Welttafel nach dieser Projektion zeichnete Johann Ruysch für die zweite Auflage der Ptolemäus-Ausgabe von 1507 (Rom 1508). Die südliche Hemisphäre erstreckte sich darauf bis zum 38° südlicher Breite.

Um die Wende des fünfzehnten und sechszehnten Jahrhunderts war die Erde größer geworden. Das Bestreben der Kartenzeichner, auch diesen größeren Erdkreis auf einem Blatte darzustellen, führte zu den verschiedensten Projektionsversuchen. Eine Abänderung und Erweiterung der zweiten ptolemäischen Kegelprojektion (S. 34) stellt die Weltkarte des Bernardus Sylvanus in der venetianischen Ptolemäusausgabe von 1511 dar. Er wollte auf einem Blatte nicht nur die alte bekannte Welt und die Entdeckungen im Westen, sondern auch den Seeweg nach Indien um das Vorgebirge der guten Hoffnung und den fernsten Osten darstellen. Ferner sollten die arktischen Länder veranschaulicht werden. Dazu nahm sich zwar Sylvanus die genannte ptolemäische Projektion zum Muster; anstatt aber die Teilung der Parallelkreisgrade im richtigen Verhältnis zu den Meridiangraden nur für 4 Breiten auszuführen, that er dies für 12 Breiten. Sein Verfahren war hierbei folgendes: Er nahm eine gerade Linie als Mittelmeridian an und teilte sie in gleiche Teile, welche die Breitengrade darstellten. Auf 100° vom Aequator (anstatt der 181° 8′ des Ptolemäus) setzte er den Mittelpunkt der Parallelkreise und beschrieb von dort aus konzentrische Bögen, welche durch die Teilpunkte des Mittelmeridians liefen. Nun machte er die Grade am Aequator gleich den Meridiangraden und teilte drei südliche Parallelkreise und acht

nördliche nach ihrem wahren Verhältnis ein. Die Verbindung der gleichen Teilungspunkte ergab krumme Linien, welche die Projektionen der Meridiane darstellten Die Karte erhielt so die Gestalt eines Herzens, dem die untere Spitze fehlt.

Diese von Sylvanus im Jahre 1511 zuerst benutzte Darstellungsweise war schon vor ihm von dem Wiener Pro-

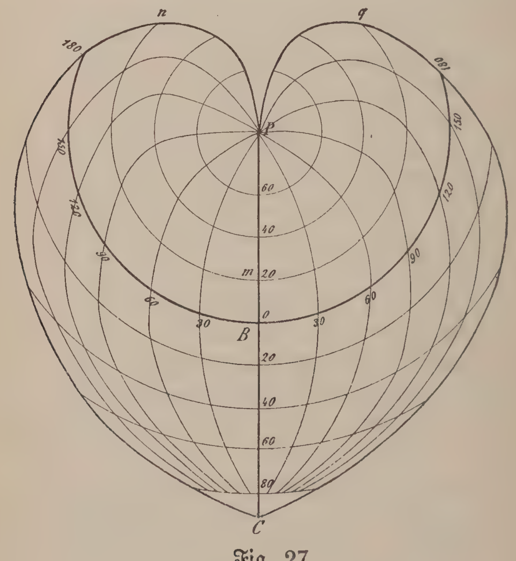


Fig. 27.

fessor der Mathematik, Johann Stab († 1522), theoretisch begründet worden. Dieser ist der Erfinder der eigentlichen herzförmigen Projektion, deren Grundzüge konzentrische, gleichweit abstehende Parallelkreise mit dem Nordpol als Mittelpunkt und Meridiankurven sind, welche durch die Teil-

punkte der im richtigen Verhältnis geteilten Parallelkreise vom Nordpol zu dem in gleicher Entfernung vom Aequator angesetzten Südpol führen. So entsteht in der That eine Figur, welche oben eingeschnitten, nach unten spitz zulaufend, genau die Form eines Herzens zeigt (Fig. 27).

Dieser Entwurf von Stab wurde im Jahre 1514 von dem Nürnberger Johannes Werner in seinem „Traktat über vier Projektionen" von neuem aufgenommen. Werner schlug drei Modifikationen der zweiten ptolemäischen Kegelprojektion vor, welche sämtlich, teils für Darstellungen einer Hemisphäre, teils für ganze Erdbilder, herzförmige Bilder ergeben. Auch Orontius Finäus, ein französischer Mathematiker, zeichnete 1536 eine solche Herzkarte der ganzen Erde.

Der deutsche Geograph Peter Bienewitz, genannt Petrus Apianus (1495—1552), gab im Jahre 1524 eine Kosmographie heraus, in welcher zwei neue Projektionsmethoden vorgeschlagen werden, von denen die eine, welche die ganze Erdoberfläche in einen einzigen Rahmen faßt, von den bedeutendsten Geographen des sechzehnten Jahrhunderts, ja noch im siebzehnten vielfach benützt wurde. Beide Darstellungsweisen haben das Gemeinsame, daß der mittlere Meridian und der Aequator durch zwei sich rechtwinklig schneidende gerade Linien dargestellt werden. In der einen ist der mitttlere Meridian in 18 Teile zu je 10° geteilt, und durch die Teilpunkte sind gerade Linien als Breitenkreise gelegt. Der Aequator ist in 36 Teile zu 10° geteilt, die aber gegen die Breitengrade um ein Drittel verkürzt sind, um die Figur nicht zu sehr auszudehnen; durch diese Teilpunkte und die Pole sind Kreisbögen als Meridiane gezogen.

Die andere Projektion des Apianus stellt die Erdober-

fläche in zwei Kreisen dar. Der mittlere Meridian und der Aequator (Fig. 28) sind wieder durch zwei rechtwinklig sich schneidende Gerade dargestellt und beide in gleiche Teile geteilt. Durch die Teilpunkte der Meridiane laufen gerade Linien als Breitenkreise, durch die Teilpunkte des Aequators und die Pole sind Kreise gezogen, welche die Meridiane vorstellen.

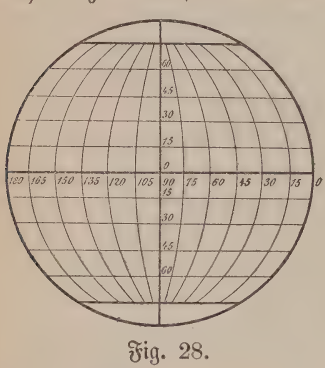


Fig. 28.

Heinrich Loritz, gen. Glareanus (1488—1563), modifizierte die Apian'sche Projektion, indem er im Kreise A B C D (Fig. 29), welcher die Halbkugel vorstellt, den Aequator zwar ebenfalls in gleiche Teile teilte und durch diese Teilpunkte und die Pole die Meridiane als Kreisbögen legte; aber er teilte nicht, wie Apian, den mittleren geradlinigen Meridian, sondern den Kreisumfang A B C D in gleiche Teile und legte durch die entsprechenden Teilpunkte die Breitenkreise als gerade Linien an, sodaß sich also vom

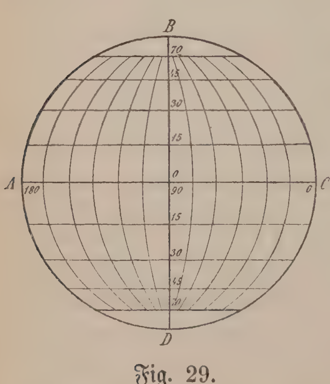


Fig. 29.

Aequator zum Pol der Abstand der Breitenlinien verringerte. Eine weitere Abänderung dieser Glareanischen Projektion entstand in der Weise, daß man den mittleren Meridian und den Kreisumfang in gleiche Teile teilte und durch die entsprechenden Teilpunkte Kreisbögen als Breitenkreise legte. Dieser in Fig. 30 dargestellte Entwurf bringt die Kugelgestalt der Erde sehr deutlich zur Geltung, und man nennt deshalb diese Projektion die Globularprojektion. Später bezeichnete man als Globularprojektionen alle jene Abbildungsmethoden, bei welchen man durch Anwendung krummliniger Meridiane und Parallelkreise oder durch andere besondere Verfahren bestrebt war, das Erdbild derart zu entwerfen, daß das Auge durch bloßes Ansehen des Blattes den Eindruck der Erdrundung empfange.

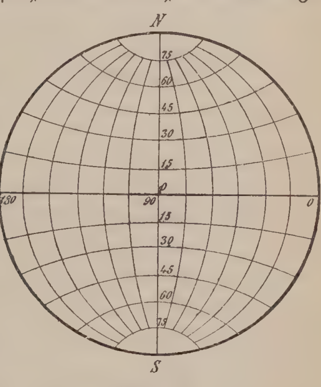


Fig. 30.

Demnach bezeichnet man auch folgenden von Orontius Finäus (1531) erdachten und später auch von Merkator benutzten Entwurf als Globularprojektion. Aus den Eckpunkten eines gleichseitigen Dreiecks A B C (Fig. 31) als Mittelpunkten beschrieb er die drei Kreisbögen A C, A B und B C und betrachtete A als den Pol, B C als einen Quadranten des Aequators; somit waren A B und A C zwei Meridianquadranten im Abstande von 90° in der Länge. Nun zog er die Gerade A D, welche den Pol mit dem Halbierungspunkt des Aequatorquadranten verband; diese Gerade bildete den Mittelmeridian der Karte, der in

gleiche Teile eingeteilt wurde. Durch die Teilungspunkte führte Finäus konzentrische Kreisbögen mit dem gemeinschaftlichen Mittelpunkte in A und erhielt so die Breitenkreise. Schließlich teilte er den Aequatorbogen B C und den ihm konzentrischen Parallelkreisbogen von 45° Breite in gleiche Teile und legte durch diese Teilpunkte und durch den Pol Kreisbögen, welche die Meridiane darstellten. Um aber eine ganze Hemisphäre abbilden zu können, erweiterte Finäus später seine Konstruktion, indem er zunächst den Aequator und alle Breitenkreise nach beiden Seiten verlängerte. Indem er jetzt den Abstand D A in Zirkelöffnung nahm und die eine Zirkelspitze in D ansetzte, beschrieb er die Bogen A E und A F und erhielt die Meridiane, welche um 90° vom Mittelmeridian der Karte abstanden. Nun setzte er den Zirkel in B und C ein und beschrieb mit gleichem Halbmesser die Kreisbögen A G und A H; endlich von E und F aus die Bögen A J und A K, welche um 180° vom Mittelmeridian abstanden. In der Folge hatte man bei Beibehaltung der gleichen Halbmesser die eine Zirkelspitze auf den Unterabteilungen des Aequators einzusetzen und mit der Beschreibung der Kreisbögen, wie bisher angegeben, fortzufahren, um das ganze Netz der Meridiankreise darzustellen. Auf zwei solchen Netzen der doppelherzförmigen Projektion stellte Finäus und nach ihm Merkator die ganze Erde dar.

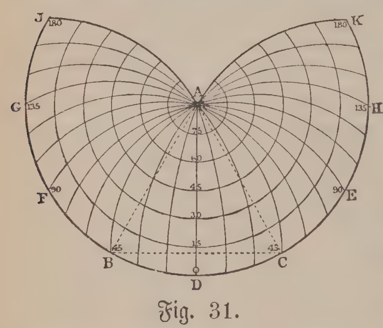


Fig. 31.

Drittes Kapitel.

Die Reformation der Kartographie.

§ 6. Merkator, der Reformator der Kartographie.

Gerhard Kremer, genannt Merkator, wurde am 5. März 1512 zu Rupelmonde geboren. Einer unbemittelten Familie entstammend, widmete er sich schon früh auf der Universität Löwen, wo er zu den Schülern des berühmten Arztes und Mathematikers Gemma Frisius gehörte, der Beschäftigung mit praktisch-mechanischen Arbeiten und erwarb sich durch Anfertigung von astronomischen Instrumenten, Erdgloben und Karten einen großen Ruf. Durch den Ausbruch der religiösen Wirren in den Niederlanden aus der Heimat vertrieben, wandte er sich im Jahre 1552 nach dem rheinischen Duisburg. Hier ist er hochangesehen, nach einem langen, arbeitsamen, einem umfassenden Studium und reger Produktion gewidmeten Leben am 2. Dezember 1594 gestorben. Von Geburt ein Belgier, gehört er in der Zeit seines regsten Schaffens der deutschen Nation an.

Von seinen Karten, die jetzt zum größten Teil wieder aufgefunden sind, gehören der belgischen Zeit außer den Globenüberzügen, die er 1541 für den Kanzler Karls V, Granvella, zeichnete, eine verlorene Karte von Palästina (1537), die in Doppelherzform gezeichnete Weltkarte (1538) und die große Karte von Flandern (1540) an. Es sind Jugendarbeiten, meist verbesserte Kopien der

Arbeiten anderer Kartenzeichner seiner Zeit, für die Weltkarte der Zeichnung des Finäus, für die Karte von Flandern einer Karte des Genter Pieter van Bake von 1538. Auf die Höhe originellen Schaffens führte ihn erst die Ruhe und sichere Muße seines Aufenthalts in deutschen Landen. Schon im Jahre 1552 erschien in Duisburg die große Karte von Europa, und im Jahre 1569 folgte dieser die Weltkarte, an die sich Merkators Weltruhm bis auf unsere Tage knüpft. Im Jahre 1564 stach er eine ihm von einem, dem Namen nach noch unbekannten, englischen Freunde zugesandte Karte der Britischen Inseln. Eine andere um diese Zeit gezeichnete Karte des Herzogtums Lothringen, die einzige Karte Merkators, die auf eigener topographischer Aufnahme des Terrains beruht, ist leider nie veröffentlicht worden und daher wohl als verloren anzusehen.

Der große Wert aller dieser Karten Merkators beruht darauf, daß der Zeichner in ihnen sowohl seine kritische Schärfe als auch seine große mathematische Begabung bewährte. Er ist es, der in die moderne Kartographie den ptolemäischen Grundsatz zurückführt, daß jede Art der Erdzeichnung der Grundlage einer Projektion bedürfe, und daß die Methode der Uebertragung auszuwählen sei mit Rücksicht auf den Umfang und die Lage des darzustellenden Teiles der Erdoberfläche und den Zweck, dem die Karte dienen solle.

Zwei anderen großen Werken seines Greisenalters verdankt Merkator seine weltgeschichtliche Bedeutung. Im Rahmen der Geschichte des Weltbildes ist er der Mann, der die alte Zeit abschließt, die neue heraufführt. Seine Zeit lag noch im Banne der Ueberschätzung des ptolemäischen formalen Vorbildes. Merkator hat durch seinen im Jahre 1578 erschienenen Kodex der 27 Karten des Ptolemäus dem alten Meister

endgiltig die Stellung angewiesen, die dieser seither behauptet hat, den Rang einer Sammlung anerkennenswerter litterarischer Denkmale aus dem Altertum. Und an die Stelle des alten Meisters trat er, als ein neuer Ptolemäus. Alles was seine Zeit geschaffen hatte, die ganze rege Kartenproduktion des humanistischen Zeitalters, verarbeitete er zu einem Grundkodex der neuen Kartographie, seinem „Atlas". Im Jahre 1585 erschien die erste Lieferung seiner Sammlung neuer Karten zur modernen Geographie, deren Abschluß er nicht mehr erleben sollte. Aber noch heute besitzt jeder Atlas in Namen und Methode ein Erbe des Geistes der ersten auf genauem Abwägen alter und neuer kartographischer Elemente gegründeten Kartensammlung des „Koryphäen unter allen Erdbeschreibern."

§ 7. Die Merkator- oder winkeltreue Cylinder-Projektion.

Wir sahen früher, daß ein Schiff, welches von einem Orte zum anderen in der Loxodrome (S. 61) segelt, eine Kurve beschreibt, die alle Meridiane im gleichen Winkel schneidet. Will man erreichen, daß die loxodromische Kurslinie des Schiffes auf der Karte als gerade Linie erscheine, was eben für die Zwecke der Seefahrt einzig praktisch ist, so muß man eine Karte haben, auf welcher die Meridiane parallel zu einander laufen, und welche die Winkel der Kugel in ihrer natürlichen Größe wiedergiebt. Man hatte im fünfzehnten Jahrhundert die Plattkarte für die Navigation gewählt, allein ihr kommt die Eigenschaft der Winkelerhaltung nicht zu. Dies beachteten die Seeleute zunächst nicht, nahmen aber mit der Zeit wahr, daß der von der Karte abgenommene Kurs nicht genau zum beabsichtigten Ankunftspunkt führte. Die besten Mathematiker bemühten sich vergebens, diesen Fehler der Plattkarten

ausfindig zu machen, erst Merkator löste das Rätsel. Er erkannte, daß der Fehler in der Konstruktion des Gradnetzes liege.

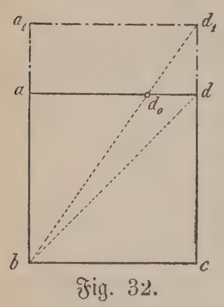


Fig. 32.

Stellt etwa a b c d (Fig. 33) auf der quadratischen Plattkarte die Abbildung eines sehr kleinen Flächenstücks A B C D des Globus dar, das zwischen zwei sehr naheliegenden Meridianen und Parallelkreisen z. B. mit je 1′ Längen- bezw. Breitenunterschied liegt, und bedeutet m die wahre Länge des zwischen den beiden Meridianen A B und C D liegenden Aequatorbogens, so ist demnach auf der Plattkarte

$$a\,d = a\,b = b\,c = c\,d = m = \frac{2\,R\,\pi}{360 \cdot 60}.$$

Hat etwa der Parallelkreisbogen A D die Breite φ, so ist er auf der Plattkarte durch $a\,d = m$ dargestellt, während ihm auf dem Globus nur die Länge $m \cos\varphi$ zukommt. Macht man nun $a d_0 = m \cos\varphi$, so stellt $\sphericalangle\, a\,b\,d_0$ die wahre Größe des betreffenden Winkels auf dem Globus dar, während dieser Winkel auf der Plattkarte durch $\sphericalangle\, a\,b\,d$ dargestellt ist. Soll nun die Karte winkeltreu sein, soll aber doch auf derselben der Parallelkreisbogen A D die Länge m des entsprechenden Aequatorbogens beibehalten, so muß demnach auf der Karte die Abbildung von D in den Schnittpunkt d_1 der verlängerten Linie $b\,d_0$ und $c\,d$ fallen. Aus den ähnlichen Dreiecken $a_1\,b\,d_1$ und $a\,b\,d_0$ folgt nun:

$$a_1 b : a\,b = a_1\,d_1 : a\,d_0 = m : m \cos\varphi = 1 : \cos\varphi, \text{ d. h.}$$

$$a_1\,b = \frac{a\,b}{\cos\,\varphi} = a\,b.\sec\varphi = m \sec\varphi.$$

Soll also eine Karte mit geradlinigen und aufeinander senkrecht stehenden Meridianen und Parallelkreisen, wobei die Parallelkreisgrade in allen Breiten von derselben Größe, nämlich gleich einem Aequatorgrad sind, winkeltreu sein, so muß die Länge der Meridiangrade in den verschiedenen Breiten um die Sekans dieser Breite vergrößert werden. Hierin besteht das von Merkator entdeckte und in der Weltkarte*) von 1569 zuerst befolgte Prinzip, und Karten, welche nach diesem Vorbild konstruiert sind, nennt man Merkator-Karten.

Die gegenseitige Entfernung je zweier auf einander folgender Parallelkreise in den Breiten 1′ bezw. 2′, 3′, 4′ ...... wird demnach $= m \sec 1'$, bezw. $m \sec 2'$, $m \sec 3'$, $m \sec 4'$...... sein, d. h. der Abstand zweier solcher Parallelkreise wächst proportional der Sekans der geographischen Breite. Der Abstand x des Parallelkreises in der Breite φ' vom Aequator ist somit dargestellt durch:

$$x = m (\sec 1' + \sec 2' + \sec 3' + \sec 4' + \ldots\ldots\ldots + \sec \varphi')$$

Nach der höheren Analysis ist aber:

$$\sec 1' + \sec 2' + \sec 3' + \sec 4' + \ldots\ldots\ldots + \sec \varphi'$$
$$= \frac{180 . 60}{\pi} \cdot \overset{\text{nat.}}{\log} \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right);$$

somit wird der Aequatorialabstand des Parallelkreises in der Breite φ', wenn m die Länge einer Aequatorbogenminute bedeutet, dargestellt durch:

$$x = m \cdot \frac{180 \cdot 60}{\pi} \cdot \overset{\text{nat.}}{\log} \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) = R \cdot \overset{\text{nat.}}{\log} \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right).$$

---

*) Drei Karten von Gerhard Merkator. Europa — Britische Inseln — Weltkarte. Faksimile-Lichtdruck nach den Originalen der Stadbibliothek zu Breslau. Herausgegeben von der Gesellschaft für Erdkunde zu Berlin. 41 Tafeln 68 : 47 cm.

Auf Grund dieser Formel ist nachstehende Tafel berechnet, aus welcher sich die Entfernungen der verschiedenen Parallelkreise vom Aequator, in Aequatorminuten ausgedrückt, entnehmen lassen. Man nennt diese Werte auch **Meridionalteile** oder **vergrößerte Breiten**.

Fig. 33.

Fig. 33 zeigt die nach Norden zunehmende Vergrößerung der Breitengrade: aus den Quadraten der Aequatorialgebiete werden immer höhere Rechtecke auf der gleichen Grundlinie. Da für $\varphi = 90^\circ$ tg $(45^\circ + 45^\circ) = \infty$ ist, so kann man auf der Merkator-Karte die Pole nicht darstellen.

Geogr. Breite	Meridionalteile	Geogr. Breite	Meridionalteile	Geogr Breite	Meridionalteile
1°	60,0	19°	1161,5	37°	2392,6
2	120,0	20	1225,1	38	2468,3
3	180,1	21	1289,2	39	2544,9
4	240,2	22	1353,7	40	2622,7
5	300,4	23	1418,6	41	2701,6
6	360,7	24	1484,1	42	2781,7
7	421,1	25	1550,0	43	2863,1
8	481,6	26	1616,5	44	2945,8
9	542,2	27	1683,5	45	3029,9
10	603,1	28	1751,2	46	3115,6
11	664,1	29	1819,4	47	3202,7
12	725,3	30	1888,4	48	3291,5
13	786,8	31	1958,0	49	3382,1
14	848,5	32	2028,4	50	3474,5
15	910,5	33	2099,5	51	3568,8
16	972,7	34	2171,5	52	3665,2
17	1035,3	35	2244,3	53	3763,8
18	1098,2	36	2318,0	54	3864,6

Geogr. Breite	Meridional-teile	Geogr. Breite	Meridional-teile	Geogr. Breite.	Meridional-teile
55°	3968,0	64°	5039,4	73°	6534,4
56	4073,9	65	5178,8	74	6745,8
57	4182,6	66	5323,5	75	6970,3
58	4294,3	67	5474,0	76	7210,1
59	4409,2	68	5630,8	77	7467,2
60	4527,3	69	5794,6	78	7744,6
61	4649,2	70	5965,9	79	8045,7
62	4775,0	71	6145,7	80	8375,2
63	4904,9	72	6334,8	90	∞

Mit Hilfe dieser Tafel kann man das Netz einer Merkator-Karte leicht entwerfen, indem man durch Abziehen von zwei aufeinanderfolgenden Werten die in Minuten der Längenteilung ausgedrückte Größe der bezüglichen Breitengrade erhält. Soll z. B. das Gradnetz zu einem Blatte entworfen werden, welches sich von 20°—30° in der Länge östlich von Greenwich und 40°—50° in der Breite gegen Norden ausdehnt, so wird am untersten Rande des Blattes eine Gerade gezogen und in 10 gleiche Teile geteilt, welche den Längengraden von 20°—30° Ost entsprechen. In diesen Teilpunkten errichtet man die Meridiane und teilt sofort mindestens einen der Längengrade in 60 Teile, um Minuten ablesen zu können. Nun entnimmt man der voranstehenden Tabelle die den gegebenen Breitengraden entsprechenden Meridionalteile und bildet nach einander die Differenzen:

Breite	Mer. Teile der Tafel entnommen	Differenz
40	2622,7	
		78,9
41	2701,6	
		80,1
42	2781,7	
		81,4
43	2863,1	
		82,7
44	2945,8	
.	.	

Die am untersten Rand des Blattes bereits ausgezogene Gerade stellt den Parallelkreis von 40° vor. Nun werden 78,9 Längenminuten (= 1° 18,9′) auf den Meridian vom Parallelkreis von 40° aus aufgetragen; wo die Zirkelspitze den Meridian trifft, dort wird man den 41. Breitengrad haben. Vom 41. Grad aus trägt man weitere 80,1 Längenminuten auf, so wird man den 42. Grad erhalten u. s. w.

Die Merkator-Karte in der Projektion der wachsenden Breiten (Carte réduite, Carta esférica) findet ihre Anwendung zunächst in der loxodromischen Schiffahrt. Sie gestattet auf die einfachste Weise, den Kurs zu bestimmen, der von einem Punkt der Erdoberfläche zum anderen führt, und die abzusegelnde Distanz abzumessen. Um den Kurs zu bestimmen, verbindet man auf der Karte den Abfahrtspunkt mit dem Bestimmungspunkt durch eine gerade Linie, welche die abzusegelnde Loxodrome darstellt. Auf der Seekarte sind nun mehrere Windrosen gezeichnet, und man braucht nur durch den Mittelpunkt der zunächst liegenden Windrose eine zu der bereits gezogenen parallele Gerade anzulegen. Der Windstrich, mit welchem diese Gerade zusammenfällt, ist der gesuchte Kurs, den der Seemann nach seinem Kompaß zu steuern hat.

In ähnlicher Weise lassen sich nun alle Aufgaben der gemeinen Schifferrechnung auf der Merkator-Karte graphisch lösen. Um die Distanz zweier Punkte zu messen, nimmt man ihre Entfernung nach der Karte in den Zirkel, trägt sie von der Mittelbreite beider Punkte an der wachsenden Breitenskala halb nach oben, halb nach unten auf und liest die Anzahl der zwischen die Zirkelspitzen fallenden Bogenminuten dieser Skala ab. Die Anzahl Bogenminuten giebt die Anzahl Seemeilen, von denen 60 auf einen Grad gehen. Ist aber

der Breitenunterschied der gegebenen Punkte zu groß, so teilt man die zu messende Entfernung auf der Karte in eine angemessene Anzahl von Teilen und mißt jeden Teil für sich in der eben angegebenen Weise.

Während der Fahrt bestimmt der Seemann täglich mindestens einmal seine geographische Position, um zu sehen, ob ihn nicht Strömungen, schlechtes Steuern und dergleichen von der zu verfolgenden Linie abgetrieben haben, und um nötigenfalls den Kurs für die Weiterfahrt berichtigen zu können. Die Bestimmung des Punktes oder der geographischen Position des Schiffes läßt sich auf dieser zu verfolgenden Linie festlegen, indem man den zurückgelegten Weg als das Produkt der Fahrtdauer und der durch die Logrechnung ermittelten Fahrtgeschwindigkeit auf dieser abträgt.

Um den Punkt, an welchem das Schiff angekommen ist, auf der Karte zu verzeichnen, zieht man durch den Abfahrtsort auf der Karte eine Gerade, welche mit den Meridianen den bestimmten Kurs einschließt, und trägt längs dieser Geraden die nach der geschätzten Mittelbreite von der Meridianskala abgenommene Distanz in der Richtung der Kurslinie auf; dann ist der Endpunkt dieser aufgetragenen Strecke der Ankunftsort.

Obwohl also die Merkator-Karte den Seeleuten alles bot, was sie brauchten, so wurde sie in der Schiffahrt doch nicht so rasch eingeführt, als man glauben sollte, ja, die allgemeine Verwendung der Seekartenprojektion und der Breitenminute als Seemeile ist eigentlich erst eine Errungenschaft des internationalen 19. Jahrhunderts. Auch als Landkartenprojektion hat sich die Merkator-Projektion erst in unserm Jahrhundert eingebürgert, dann aber derart, daß man wohl behaupten kann, das uns geläufige Weltbild ist das

der Merkator-Karte. Man verwendet dieselbe überall dort, wo man einer die allgemeine Länderform am treuesten darstellenden Uebersichtskarte der Erde benötigt. Die Gefahr dieses Gebrauches für unsere Vorstellungen von den Erdräumen liegt in der häufigen Nichtbeachtung der Thatsache, daß diese Darstellungsweise die den Polen näheren Gebiete beträchtlich vergrößert.

§ 8. Weitere von Merkator erdachte oder verbesserte Projektionen.

Die Begründung der im obigen geschilderten Projektion der wachsenden Breiten ist nicht die einzige Leistung Merkators für die Theorie der Kartenzeichnung. Sowohl für die Karte von Europa von 1554 wie für die Weltkarte des Ptolemäus bediente sich Merkator einer für Weltkarten allerdings schon vor ihm (Bernardus Sylvanus S. 69) benutzten Umänderung der Kegelprojektion. Er wickelte die das abzubildende Land im Mittelparallel berührende Kegelfläche ab, machte die Meridiangrade untereinander gleich und zeichnete die Parallelkreise als konzentrische Bögen, ganz wie es auf S. 33 f. angegeben ist. Anstatt nun aber, wie Ptolemäus, nur den Mittelparallelkreis oder eine bestimmte Anzahl von Parallelkreisen nach dem wahren Verhältnis einzuteilen, that er dies für alle Parallelkreise und erhielt die Meridiane durch Verbindung der gleichwertigen Teilpunkte. Soll ein solches Netz die Breiten φ bis χ umfassen, so ist nach der Formel S. 33 der jedem Breitengrade entsprechende Zentriwinkel α:

für den Parallelkreis φ $\alpha = \sin \varphi$
" " " $(\varphi + 1)^0$ $\alpha_1 = \sin (\varphi + 1)^0$
" " " $(\varphi + 2)^0$ $\alpha_2 = \sin (\varphi + 2)^0$
. . . .
" " " $(\varphi + \chi)^0$ $\alpha\chi = \sin (\varphi + \chi)^0$.

Man nennt diese Projektion auch die Bonne'sche, weil sie von dem französischen Kartographen Rigobert Bonne (1727—1794) wieder benutzt wurde; in Frankreich bezeichnet man sie auch als die projection du Dépôt de la Guerre, weil sie von einer Kommission im Jahre 1803 für die topographische Karte Frankreichs bestimmt wurde. Die Bonne'sche Projektion (Fig. 34) liefert, namentlich in den Ecken der Karte, bedeutende Winkelverzerrungen, dagegen giebt sie,

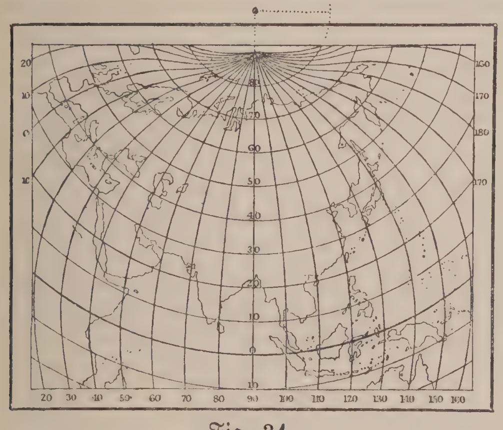


Fig. 34.

wie später gezeigt wird (S. 91), eine flächentreue Abbildung und wurde bisher sehr viel angewandt, obwohl sie keineswegs den nach dem heutigen Stande der Wissenschaft zu stellenden Forderungen genügt. Die meisten Karten unserer Atlanten, z. B. des Stieler'schen Atlas, sind noch nach dieser Projektion gezeichnet.

Unmittelbar aus dieser läßt sich die sogenannte Projektion von Nikolas Sanson (1600—1667) ableiten, die indes auch bereits Merkator für die Karte von Süd-

amerika in der ersten holländischen Hondius-Ausgabe seines Atlas anwandte. Anstatt nämlich die Parallelkreise als Kreisbögen anzunehmen, sind sie in derselben gerade Linien, und diese Entwurfsart kann daher auch als modifizierte Cylinderprojektion gelten. Ihre Konstruktion ist folgende:

Der Mittelmeridian der Karte wird als gerade Linie NS, Fig. 35, angelegt und in die unter sich gleichen Breitengrade eingeteilt; durch die Teilpunkte des Meridians zieht man Senkrechte auf denselben, welche die Breitenparallelen darstellen.

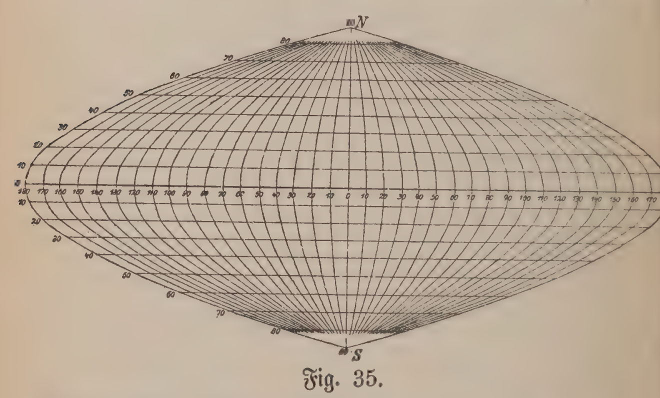


Fig. 35.

Auf jedem Parallelkreis wird nun vom mittleren Meridian der Karte aus die wirkliche Länge der Parallelgrade aufgetragen, worauf die entsprechenden Teilpunkte durch Kurven verbunden werden. Ist also l die Länge eines Meridiangrades, so wird auf dem Parallelkreis zu Breite φ jeder Grad $= l \cos \varphi$ gemacht.

Diese Projektion giebt keine sehr große Genauigkeit; besonders sind die vom mittleren Meridian entfernten Teile der Karte und die Polargebiete etwas verzeichnet. Sie eignet sich vorzüglich nur für Länder, welche bei geringer Länge vom

Aequator durchschnitten werden, und es ist in den gewöhnlichen Atlanten zunächst das Blatt von Afrika nach dieser Methode gezeichnet. Figur 35 zeigt das nach dieser Projektion entworfene Netz der ganzen Erde. Diese Projektion wird fälschlich auch nach John Flamsteed (1646—1719), der sie 1700 für die Zeichnung von Himmelskarten benutzte und sie so nur wieder in Aufnahme brachte, benannt.

Eine weitere Modifikation der Kegelprojektion, die uns Merkator auf seinen Atlas-Karten von Deutschland und Frankreich (1585) hinterließ, trägt jetzt den Namen der Projektion von Del' Isle, nach dem französischen Geographen Jos. Nic. Del' Isle (1688—1768), der nach ihr im Jahre 1745 eine Karte von Rußland herausgab.

Sind A B und C D (Fig. 36) die äußersten Parallelkreise des abzubildenden Landes, so denke man sich eine Kegelfläche durch die zwei Parallelkreise E F und G H gelegt, die gleichweit vom Mittelparallel und den beiden äußersten Parallelkreisen der Karte entfernt sind. Wickelt man diese Kegelfläche ab, so werden die Meridiane als Gerade, die Parallelkreise als konzentrische Kreisbögen mit dem Mittelpunkt in S und die Projektionen von E F und G H in natürlicher Größe dargestellt.

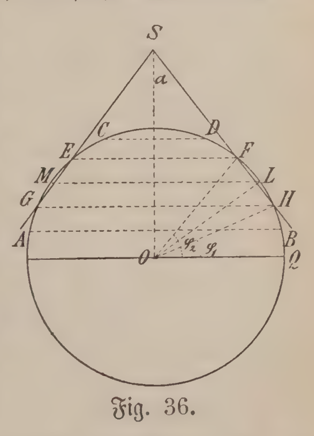


Fig. 36.

Bei dieser Abwickelung handelt es sich zunächst um die Bestimmung von SH und SF.

Halbiert man den Bogen FH, so ist:

$$\sphericalangle QOL = \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)$$

und, weil $OL \perp SH$, $OQ \perp OS$, $\alpha = QOL = \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)$.

Ferner ergiebt sich aus Δ SOF, wenn der Kugelradius $= R$ ist:

$OF : SF = \sin\alpha : \sin(90^\circ - \varphi_2)$, oder

$$SF = r_2 = \frac{R \cos \varphi_2}{\sin \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

Aus Δ SOH folgt

$$OH : SH = \sin\alpha : \sin(90^0 - \varphi_1)$$

d. h. $$SH = r_1 = \frac{R \cos \varphi_1}{\sin \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

Bei der Konstruktion des Gradnetzes berechnet man also die Radien r_1 und r_2 für die zwei Parallelkreise EF und GH und beschreibt vom Punkte c aus (Fig. 10) mit den ersteren die Kreisbögen pq und rs, welche vom Mittel- und von den Randparallelkreisen gleichweit abstehen. Dann halbiert man mn, trägt $ma = na = nx = my = \frac{1}{2}$ mn auf und teilt yx in soviel Teile ein, als die Karte Breitengrade umfassen soll. Trägt man endlich auf pq und rs vom Mittelmeridian aus die wahren Längen der Parallelkreisgrade auf, so hat man nur mehr die gleichwertigen Teilpunkte durch Gerade zu verbinden, um die Meridiane zu erhalten. Diese Projektion eignet sich für den Entwurf der Bilder kleinerer Erdgebiete mittlerer Breiten; in unsern Atlanten sind nach ihm die Karten der Staaten Europas gezeichnet.

Endlich hat Merkator noch die sogenannte äquidistante Projektion erdacht. Weil sich nämlich auf seiner großen See-

karte von 1569 die Polarländer nicht darstellen ließen, gab er auf einer Nebenkarte eine Abbildung derselben in folgender Weise: Um den Pol N als Mittelpunkt (Fig. 37) zog er die Breitenkreise in gleichen Abständen als Kreise aus, sodaß die Breitengrade unter einander gleich wurden. Die Meridiane legte er als gerade, durch den Pol laufende Linien an, die sich unter gleichen Winkeln wie auf der Kugel schneiden. Die Italiener nennen diese Projektion polar-globular, die

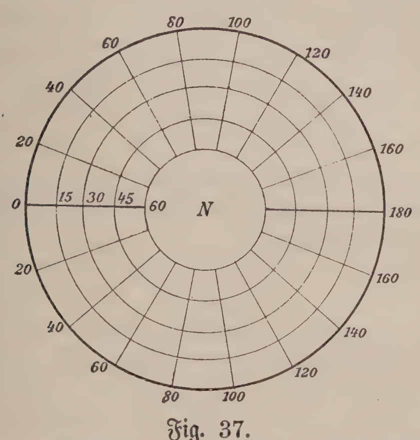


Fig. 37.

Franzosen die Projektion von Wilhelm Postel (1505 —1581), da dieser französische Geograph dieselbe 1581 für die Darstellung der nördlichen Halbkugel verwandte. Allein bei größeren Länderabbildungen entsteht in größerer Entfernung vom Mittelpunkte der Karte eine zu große Verzerrung; Merkator sah dies ein und dehnte daher seine Karte nur auf einen Abstand von 20° vom Pol aus.

Viertes Kapitel.

Die neueren Projektionen.

§ 9. Aequivalente oder flächentreue Projektionen.

Auf S. 18 der Einleitung sahen wir, daß der Bogen AB der Erdkugel bei der Abbildung auf dem künstlichen Globus im Verhältnis $\frac{r}{R}$ verkleinert wird. Bezeichnen wir den Bogen ab des Globus mit a, den Bogen AB der Erdkugel mit A, so ist:

$$a = \frac{r}{R} A.$$

Bilden wir mit dem sehr kleinen Bogen A ein Quadrat, so wird der Flächeninhalt desselben A^2 und der Flächeninhalt seiner Projektion a^2 sein. Es ist aber:

$$a^2 = \frac{r^2}{R^2} A^2.$$

Für ein anderes Quadrat, dessen Seite auf der Erdkugel B, in der Projektion b ist, wird man erhalten:

$$b^2 = \frac{r^2}{R^2} B^2, \text{ somit: } a^2 : b^2 = A^2 : B^2.$$

Auf dem künstlichen Globus verhalten sich somit die Flächenteile wie die Urbilder auf der Erdkugel, sie ändern das gegenseitige Größenverhältnis nicht. Gelingt es bei einer Abbildungsmethode, in einem ebenen Bilde diese Eigenschaft beizubehalten, so erhält man eine *flächentreue* oder *äquivalente* Abbildung.

Denkt man sich die Fläche F, deren Projektion f ist, in Quadratnetze zerlegt, deren kleine Quadratseiten A_1, A_2, A_3 ..., bzw. in der Projektion a_1, a_2, a_3, ... sind, so be-

stehen dem Gesagten zufolge in den äquivalenten Abbildungen die Verhältnisse:

$$a^2_1 : a^2_2 : a^2_3 : \ldots = A^2_1 : A^2_2 : A^2_3 : \ldots$$

folglich $(a^2_1 + a^2_2 + a^2_3 \ldots) : (A^2_1 + A^2_2 + A^2_3 + \ldots) = a^2_1 : A^2_1$ oder $f : F = a^2_1 : A^2_1$.

Macht man $f = F$, so ist auch $a^2_1 = A^2_1$. Bildet man also eine sphärische Figur derart ab, daß der Flächeninhalt in seiner wahren Größe wiedergegeben wird, so sind auch die kleinen Flächenteile der Projektion gleich den entsprechenden Flächenteilen der sphärischen Figur. Ist demnach F der Flächeninhalt auf dem künstlichen Globus, f jener in der Projektion, und macht man $f = F$, so wird auch für irgend ein Quadrat, dessen Seite in der Projektion a ist, $a^2 = A^2$ sein. Berechnet man daher den Flächeninhalt f eines Landes aus einer äquivalenten Abbildung, so wird man den wirklichen Flächeninhalt F aus

$$F = \frac{R^2 f}{r^2}$$

erhalten. Solche Projektionen sind in der Praxis dann wichtig, wenn es sich um die Bestimmung des Flächeninhalts der Länder handelt.

Von den bisher beschriebenen Projektionen ist außer der Sanson-Flamsteed'schen Projektion jene von Bonne (S. 85 f.) und die herzförmige von Stab-Werner (S. 70) äquivalent. Um dies einzusehen, berücksichtige man, daß ein sehr schmaler Kugelstreifen, welcher zwischen zwei Parallelkreisen mit den Peripherien a und b liegt, als Kegelrumpfmantel angesehen werden kann, dessen Mantelfläche gleich dem Produkte aus $\frac{a + b}{2}$ und dem Abstande dieser Parallelkreise ist. In den erwähnten Projektionen erscheinen diese Strecken

in wahrer Größe; es wird daher ein solcher Streifen auf der Karte ebenfalls in wahrer Größe abgebildet. Dies gilt für alle unendlich schmalen Kugelstreifen, und da man jede sphärische Figur in der Richtung der Parallelkreise in unendlich schmale Streifen zerlegen kann, deren Projektionen gleich ihren Originalen sind, so wird ein jeder Teil der Kugelfläche auf dem Blatte in wahrer Größe abgebildet, womit die Flächentreue bewiesen ist.

Der Wert der flächentreuen Abbildungen und der Begriff der Aequivalenz wurde erst durch den elsässischen Mathematiker Johann Heinrich Lambert (1728—1777) erkannt und geschätzt. Bis auf Lambert hatte niemand eine analytische Untersuchung der Gesetze der Kartenprojektionen geliefert; er war der erste, der dies that und sich vorzüglich mit der Eigenschaft der Aequivalenz beschäftigte. Lambert erdachte u. a. die flächentreue Cylinderprojektion, auch isocylindrische Projektion genannt.

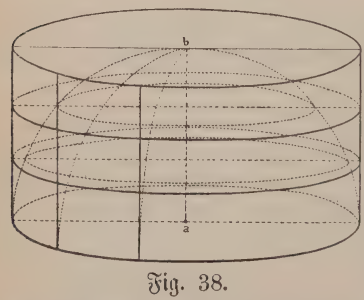


Fig. 38.

Man denkt sich bei derselben die Kugel von einem senkrechten Kreiscylinder umhüllt, welcher sie längs des Aequators berührt (Fig. 38). Anstatt nun Sehstrahlen von einer bestimmten Lage des Augpunktes auszuführen, denkt man sich die Meridianebenen verlängert; diese treffen die Cylinderfläche in parallelen, gleichweit abstehenden Geraden. Verlängert man in gleicher Weise die Parallelkreisebenen, so werden letztere

die Cylinderfläche in Kreisen schneiden, welche mit dem Aequator parallel und gleich sind. Denkt man sich nun die Cylinderfläche in eine Ebene abgewickelt, so entsteht ein Netz von senkrecht aufeinander stehenden Geraden (Fig. 39), bei welchem die Meridiane gleiche Entfernungen besitzen, während die Distanz der Parallelkreise mit dem Sinus der Breite um so mehr abnimmt, je näher die letzteren dem Pol liegen. Es entsteht also ein Netz, welches dem der Merkator-Karte durch die Breitenverminderung der Gradfelder in den polaren Teilen entgegengesetzt ist und wie dieses sich auch nur für die Darstellung dem Aequator benachbarter Zonen empfiehlt.

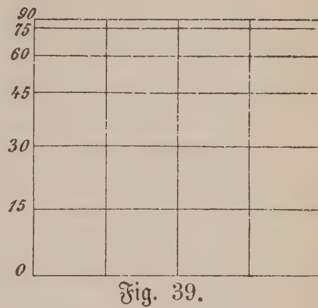


Fig. 39.

Daß diese so einfache Projektion äquivalent ist, geht aus folgendem hervor: Die Höhe a b des umschriebenen Cylinders in Fig. 38 vom Aequator bis zum Pol ist gleich dem Halbmesser seiner Basis, beziehungsweise gleich dem Halbmesser der Kugel, daher seine Mantelfläche $= 2 R^2 \pi$. Aber auch die Fläche der Halbkugel ist $= 2 R^2 \pi$, daher ist der Flächeninhalt der abgewickelten Cylinderfläche gleich dem Flächeninhalt der Halbkugel und somit auch derjenige der kleinen Flächenteile gleich denen der Halbkugelteile, d. h. die Projektion ist flächentreu.

Eine weitere überaus wichtige Erfindung Lamberts war die flächentreue Azimutalprojektion. Bei derselben berührt die Bildebene die Mitte des darzustellenden Teils der Kugeloberfläche, und man verlangt, daß alle Punkte, die sich

auf der Kugel in gleicher Entfernung von dem Berührungspunkte befinden, auch in der Abbildung auf einem Kreise um die Kartenmitte liegen sollen, und daß jeder Punkt vom Berührungspunkte aus auf Kugel und Karte in derselben Richtung, d. h. in demselben Azimute (siehe S. 9), verbleibe. Soll die Azimutalprojektion auch flächentreu sein, so müssen die zum Berührungspunkte konzentrischen Zonen auf der Kugel mit ihren als Kreisringe erscheinenden Projektionen auf der

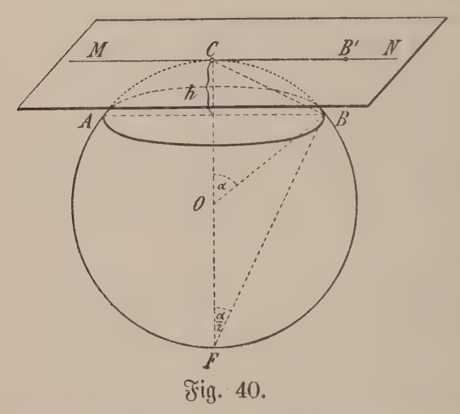


Fig. 40.

Karte gleichen Inhalt haben. Ist in Fig. 40 A C B die abzubildende Calotte, so muß der Kreis A B auf dem Blatte wieder als Kreis erscheinen, und es handelt sich um die Bestimmung des Halbmessers C B' des letzteren. Die Fläche der Calotte A C B ist $= 2\,R\,\pi\,h$, jene des Kreises vom Halbmesser $C\,B' = C\,B'^2\,\pi$, und es soll sein:

$$2\,R\,\pi\,h = C\,B'^2\,\pi, \text{ oder } C\,B'^2 = 2\,R\,h.$$

Ist $\sphericalangle\, C\,O\,B = \alpha$, so hat man aus $\Delta\, C\,F\,B$ (rechtwinklig bei B):

$$C\,B = 2\,R \sin\frac{\alpha}{2}.$$

Aus $C\,B'^2 = 2\,R\,h$ folgt aber, daß $C\,B'$ die mittlere geometrische Proportionale zwischen $2\,R$ und h sein soll, welche Eigenschaft der Linie $C\,B$ zukommt, also:

$$C\,B' = C\,B = 2\,R \sin\frac{\alpha}{2}.$$

Nach dieser Formel werden die Abstände der Punkte vom Mittelpunkt der Karte berechnet. Diese Abstände genügen aber zum Auftragen der Punkte noch nicht, man muß noch die Richtungen in Bezug auf die Hauptachse, auf die Nordsüdlinie, die Azimute, kennen. Da man die Azimute in wirklicher Größe erhalten will, so sind diese auf dem Blatte einfach nach ihrem wahren Betrag aufzutragen. Ist in Fig. 41 P der Pol, C der Punkt, welchen die Bildebene berührt, M ein Punkt, der zu projizieren ist, P C P, der Meridian von C, endlich C M der durch C und M ziehende Bogen eines Vertikalkreises, so ist $\sphericalangle$ P C M das Azimut (ω) von C M in Bezug auf P C P' ($CM = \sphericalangle\,\alpha$).

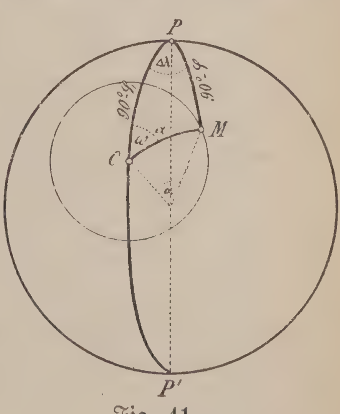


Fig. 41.

Gewöhnlich sind aber Länge (λ) und Breite (φ) der aufzutragenden Punkte gegeben, und man muß demnach α und ω durch λ und φ ausdrücken. Für die Berechnung von CM aus dem sphärischen Dreieck P C M hat man, wenn φ_1 und λ_1 die Breite bzw. Länge von C bedeuten:

$$\cos \alpha = \cos (90^\circ - \varphi_1) \cos (90^\circ - \varphi) + \sin (90^\circ - \varphi_1) \sin (90^\circ - \varphi) \cos \Delta \lambda^{*}),$$

wobei $\Delta \lambda = \sphericalangle CPM = \lambda - \lambda_1$ ist, und für die Berechnung von ω:

$$\sin \omega : \sin \Delta \lambda = \sin (90^\circ - \varphi) : \sin \alpha$$

$$\sin \omega = \frac{\cos \varphi \sin \Delta \lambda}{\sin \alpha.}$$

Um also den Punkt M auf der Karte darzustellen, wird man durch den Mittelpunkt c des Blattes (Fig. 42) den Mittelmeridian N S legen, das Azimut ω an den Meridian in c anlegen und $c\,m = 2\,R \sin \frac{\alpha}{2}$ machen. c entspricht dem Berührungspunkte C (Fig. 41), N S dem Meridiane P C P′.

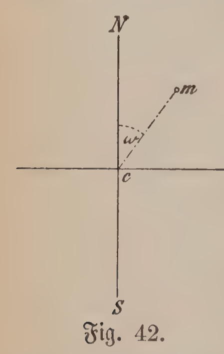


Fig. 42.

Die Konstruktion der azimutalen Polarprojektion, für die also die Bildebene die Erdkugel an einem der Pole berührt, ist demnach sehr einfach. (Fig. 43). Wie bei der stereographischen Polarprojektion werden die Meridiane durch gerade Linien dargestellt, die sich im Pol unter ihren wahren Winkeln schneiden. Für jeden Punkt eines Parallelkreises zur Breite φ ist dann in Fig. 40 $\alpha = 90^\circ - \varphi$; also ist der Halbmesser des zugehörigen Bildkreises:

$$C\,B' = C\,B = 2\,R \sin \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right).$$

---

*) Ist P O P′ der Null-Meridian, so hat man: $OPP' = \lambda_1$, $OPM = \lambda$ und $CPM = OPM - OPC = \lambda - \lambda_1 = \Delta \lambda$.

Etwas schwieriger gestaltet sich die Zeichnung eines Entwurfes in azimutaler Aequatorial- oder Meridionalprojektion, also für die Fälle, daß das Zentrum auf dem Aequator oder in einem beliebigen anderen Punkte angenommen ist. Die größeren Lehrbücher der Projektionslehre enthalten Tabellen für die Konstruktion dieser Netzentwürfe.

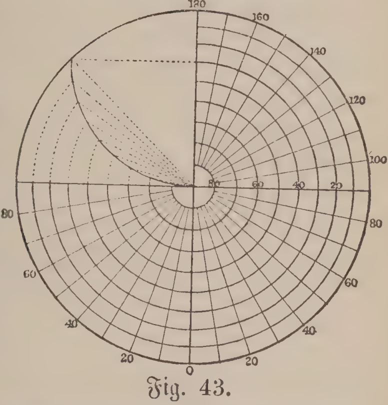


Fig. 43.

Die flächentreue Azimutalprojektion eignet sich für die Darstellung ganzer Kontinente besser als die in den jetzt gebräuchlichen Atlanten gewöhnlich hierfür angewandten von Bonne und Flam-

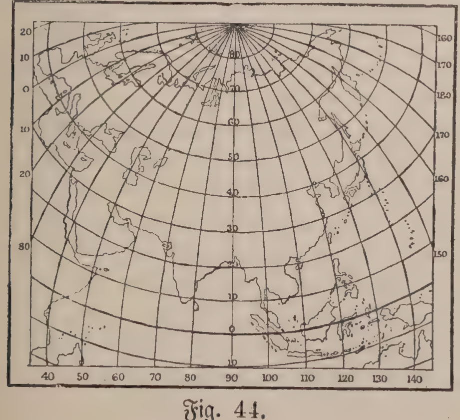


Fig. 44.

steed; sie wurde neuerdings von dem Obersten De Coatpont für Planigloben wie auch insbesondere zur Darstellung von Asien angelegentlich empfohlen. Fig. 44 zeigt ein Netz in flächentreuer Azimutalprojektion auf der Mittelbreite von 45°, in welches, gleichwie in das Netz von Bonne (Fig. 34), die Länderumrisse von Asien und Europa eingezeichnet sind. Die Form Europas bei dieser Entwurfsart läßt die Vorzüge der Lambert'schen Projektion vor der Bonne'schen deutlich erkennen.

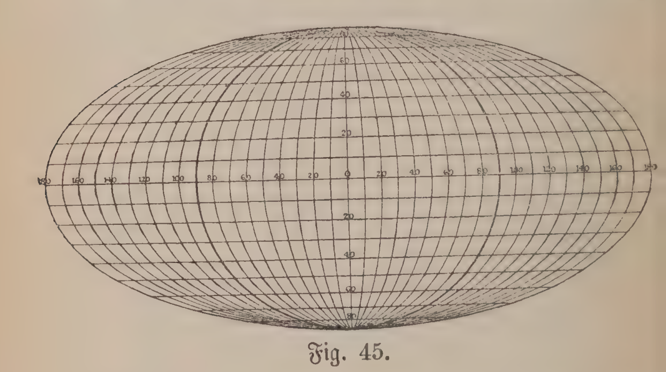


Fig. 45.

Ein der Sanson-Flamsteed'schen Darstellungsart sehr ähnlicher Entwurf, der sich auch zur Darstellung der ganzen Erde eignet, ist die von C. B. Mollweide (1774—1825) erdachte, später von Jacques Babinet (1794—1872) unter dem Namen der homalographischen Projektion wieder empfohlene Projektionsmethode. Nach ihr wird (Fig. 45) der Mittelmeridian als gerade Linie in wahrer Länge, ebenso auch die Parallelkreise als auf ihm senkrechte gerade Linien in wahrer Länge abgebildet, und die Abbildung soll flächentreu sein. Um aber ein der Erdgestalt ähnlicheres Netz als

das Sanson'schen zu erhalten, werden die Meridiane als Ellipsen mit dem Bild des Mittelmeridians als gemeinsamer Achse dargestellt. Für die Konstruktion dieses Netzes ergiebt sich also, daß die Meridiane als Ellipsen durch die Pole und die Teilpunkte des in gleiche Teile geteilten Aequators gelegt werden müssen, daß aber die gleichmäßige Einteilung des Mittelmeridians aufgegeben werden muß. Vielmehr rücken die Parallelen polwärts immer näher zusammen, jedoch nicht so stark, daß die Deutlichkeit des Bildes darunter leidet. Die Werte, welche den vom Aequator von 5 zu 5 Grad fortschreitenden Breiten entsprechen,* sind von Bourdin berechnet worden.

§ 10. Neuere Modifikationen der Cylinder- und Kegelprojektionen.

Als es sich im vorigen Jahrhundert um die Konstruktion der neuen Karte von Frankreich handelte, verwandte C.-Fr. Cassini de Thury (1714—1784) eine neue Projektion, die seinen Namen trägt, aber auch als Cassini-Soldner'sche Projektion bezeichnet wird, weil sie später Soldner für den topographischen Atlas des Königreichs Bayern angewandt hat. Diese Projektion liegt auch den Generalstabskarten von Württemberg und Baden zu Grunde.

Bei derselben denkt man sich durch einen Zentralpunkt

---

*) Ist für die Darstellung der Halbkugel der Radius des Projektionskreises $\varrho = R\sqrt{2}$ als Einheit angenommen, so betragen diese Werte X:

φ =	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°
X =	0,069,	0,137,	0,205,	0,272,	0,339,	0,404,	0,468,	0,531,	0,592,

φ =	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°
X =	0,651,	0,708,	0,762,	0,814,	0,862,	0,906,	0,945,	0,978,	1

ein rechtwinkliges Koordinatensystem gelegt und bestimmt alle anderen Punkte durch ihre Abstände von diesen Achsen. Als Zentralpunkt wählte Cassini die Pariser Sternwarte; eine Achse des Systems war der durch diesen Punkt gelegte Meridian, die andere stand senkrecht darauf. Nun bestimmte Cassini den von jedem anderen Punkte auf den Pariser Meridian gefällten senkrechten größten Kreisbogen und den Abstand des Fußpunktes dieses Bogens vom Zentralpunkt. Diese beiden Abstände trug er direkt auf das Blatt als geradlinige Koordinaten auf. Die geographischen Längen und Breiten ließ Cassini ganz unbeachtet; auch versah er sein Blatt nicht mit dem Gradnetze. Ein solches läßt sich aber nachträglich anlegen, wenn man die im gleichen Meridian oder im gleichen Parallelkreis gelegenen Punkte durch Kurven verbindet. Soldner erwarb sich um diese Projektion besondere Verdienste, indem er Tabellen berechnete und veröffentlichte, durch welche man obige Koordinaten in geographische verwandeln kann. Diese Projektion gehört zu den cylindrischen, indem man dasselbe Bildungsgesetz erhält, wenn man den Cylinder so anlegt, daß er den Meridian des Zentralpunktes berührt, und noch die Bedingung stellt, daß alle Punkte, welche auf der Erdoberfläche im gleichen Bogenabstande vom Mittelmeridian liegen, auch in der Karte denselben Abstand von ihm haben. Die Cassini-Karte ist eigentlich nur eine Abart der quadratischen Plattkarte.

Das Militär-Geographische Institut in Italien bedient sich eines ähnlichen Verfahrens für die Konstruktion seiner topographischen Blätter. Jedes Blatt entspricht einem sphärischen Viereck auf dem Globus, dessen eine Seite einem Meridianbogen von 20′, dessen andere dem Bogen eines Parallelkreises von 30′ entspricht. Der Mittelmeridian und der mittlere Parallelkreis eines jeden

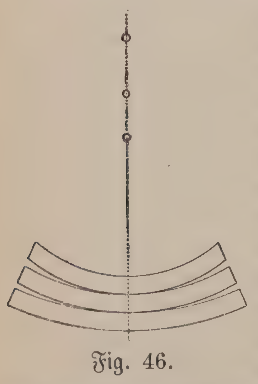
Blattes sind durch zwei aufeinander senkrechte Gerade dargestellt, die in ihrer verhältnismäßig wahren Länge dargestellt sind. Auf das so entstehende Achsensystem sind die Punkte der Karte nach ihren Abständen aufgetragen. Diese Projektion nennt man in Italien „projezione naturale“ (natürliche Projektion).

Auf dem gleichen Principe beruht die sogenannte preußische Polyederprojektion, nach welcher die Generalstabskarte von Preußen und des deutschen Reiches (1: 100000) und die neue Spezialkarte der österreichisch-ungarischen Monarchie (1: 75000) entworfen sind. Die Seiten der Vierecke bzw. Trapeze, der Gradabteilungen, betragen hier 30′ in der Länge und 15′ in der Breite. Die Trapeze werden hierbei so klein, daß man sie als ebene Trapeze ansehen kann. Die Punkte auf der schwach gewölbten Kugelfläche kann man sich auf die durch die 4 Eckpunkte gelegte Viereckséebene durch kurze Lote übertragen denken. Soll ein großes Land, das aus sehr vielen solchen Trapezen zusammengesetzt ist, dargestellt werden, so erhält man eigentlich eine Projektion auf das Polyeder (S. 61), welches von den durch sämtliche Netzschnittpunkte gelegten Ebenen begrenzt ist, woher auch der Name dieser Projektion rührt.

Bei diesen Methoden verzichtet man eigentlich auf das genaue Aneinanderpassen der Blätter, und man kann in der That nicht das ganze Land als ebene Abbildung aus den Sektionen zusammensetzen. Wo es sich dagegen nur um eine beschränkte Zahl von Nachbarsektionen (bis zu 9) handelt, sind die Abweichungen der Begrenzungslinien der Blätter so gering, daß sie von den zufälligen Unregelmäßigkeiten in der Zusammenziehung des Papiers beim Druck weit übertroffen werden.

Die Küstenvermessungskommission der Vereinigten Staaten

Nordamerikas (Coast Survey) benützt für ihre Karten die sogenannte polykonische Projektion, eine Abänderung der gewöhnlichen Kegelprojektionen. Denkt man sich nämlich das darzustellende Land durch Parallelkreise in schmale Zonen geteilt und jede derselben auf diejenige Kegelfläche abgebildet, die sie im Mittelparallel berührt, so erhält man eine Abbildung auf ein System von Kegelrumpfen, deren Spitzen die Kugelachse in verschiedenen Punkten treffen. Schneidet man alle längs derselben Kante auf und wickelt sie ab, so erhält man die Gesamtkarte, wenn man diese Mantelstücke so übereinanderlegt, daß die Basis des einen die obere Fläche des nächsten berührt. Diese Berührung kann jedoch nicht an allen Punkten stattfinden, — wenn man sie im Mittelmeridian herstellt, werden die Enden von einander abstehen (Fig. 46) — und man erhält keine zusammenhängende Abbildung des Kugelgebiets. Macht man aber die Streifen sehr schmal, so wird die Abweichung an den Enden kaum merklich. Um also das Netz zu konstruieren, geht man wie folgt vor. Man legt den Mittelmeridian als gerade Linie an und teilt diese in gleiche Teile ein, welche die Breitengrade der Karte ergeben. Anstatt nun aber wie bei der gewöhnlichen Kegelprojektion nur den Halbmesser des mittleren Breitenkreises zu bestimmen, muß man für jeden einzelnen Parallelkreis einen neuen Halbmesser suchen. In Fig. 47 wird man also, wenn die Parallelstreifen a, b, c darzustellen sind, die Halbmesser a m, b m_1, c m_2 berechnen (S. 33) und mit den=


Fig. 46.

selben die Bögen auf der Karte beschreiben. Nun wird jeder einzelne Parallelkreisbogen seiner wahren Größe entsprechend lang gemacht, wie in der Bonne'schen Projektion. Die Verbindung der gleichwertigen Teilpunkte giebt die Meridiane, welche krummlinig ausfallen.

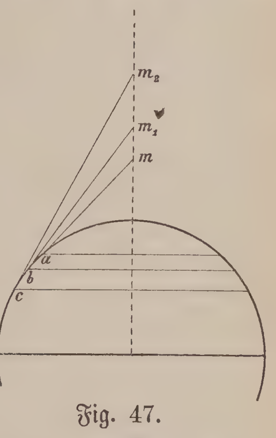


Fig. 47.

Bei der polykonischen Projektion können die Meridiane und die Parallelkreise nicht aufeinander senkrecht stehen. Die Verzerrung, welche bei der gewöhnlichen Kegelprojektion die äußeren Parallelkreise trifft, fällt hier auf die von der Mitte entfernteren Meridiane. Deshalb ist die polykonische Projektion nur dann der Kegelprojektion vorzuziehen, wenn es sich um die Kartierung eines schmalen Küstensaumes oder um Länder wie Südamerika oder Chile handelt, welche eine starke Ausdehnung von Norden nach Süden haben.

In der Generalstabsabteilung des englischen Kriegsministeriums (Topographical Department. War Office) benützt man die sogenannte orthogonale polykonische Projektion, die sich von der vorangehenden dadurch unterscheidet, daß bei der letzteren die Meridiane und die Parallelkreise sich rechtwinklig schneiden. Die Parallelkreise werden, wie oben angegeben ist, gezeichnet; um aber die Rechtwinkligkeit der Meridian- und Parallelkreise zu erhalten, wird auf das richtige Größenverhältnis der Parallelgrade verzichtet. Nur am Aequator sind die Grade richtig aufgetragen und durch die Teilpunkte Kurven gelegt, die alle Parallelkreise senkrecht schneiden.

§ 11. Stern- und blattförmige Karten.

Die sogenannten sternförmigen Karten bilden eine Abart der Kegelprojektion und verfolgen den Zweck, letztere bei der Darstellung der ganzen Welt auf einem einzigen Bilde zu verwenden. Sie wurden in unserem Jahrhundert durch G. Jäger für eine das nördliche Polargebiet als tiergeographisches Zentrum darstellende Zeichnung in Anregung gebracht.

Jäger entwarf die nördliche Hemisphäre nach der gewöhnlichen äquidistanten Kegelprojektion und teilte dann den Aequator in acht ungleiche Teile, und zwar in einen Bogen von 55°, in drei von 50°, in einen von 45°, in einen von 40° und in zwei zu je 35°. Die Meridiane sind in derselben als gerade Linien dargestellt, die sich im Mittelpunkt der Karte als dem Nordpol begegnen. Die Parallelkreise sind aber nicht durch die Bögen der konzentrischen Kreise dargestellt, sondern durch die bezüglichen Sehnen zu den Bögen von 55°, 50°, 45° u. s. w., zu den Bögen nämlich, in welche der Aequator geteilt wurde. Das ganze Bild enthält bei diesem ersten Entwurfe das Aussehen eines unregelmäßigen Achteckes. Mit einem Halbmesser, welcher dem Durchmesser des dem Aequator umschriebenen Kreises gleich ist, beschreibt dann Jäger vom Pol als Mittelpunkt einen zweiten Kreis. Auf letzteren verlegt er die Spitzen von acht gleichschenkligen Dreiecken, die über den acht Sehnen zu beschreiben sind, welche den Aequator darstellen. In jedem dieser Dreiecke werden schließlich die Parallelkreise in gleichen Abständen als gerade, zur Basis parallele Linien ausgezogen.

Der berühmte Geograph August Petermann hat diese Abbildungsmethode Jägers vereinfacht, indem er die nördliche Hemisphäre ganz nach dem Princip der äquidistanten Projektion entwarf und den Aequator in acht gleiche Teile teilte (Fig. 48).

Die Spitzen der nunmehr anzulegenden gleichschenkligen Dreiecke werden in gleicher Weise wie früher bestimmt, da aber der Aequator als vollständiger Kreis erscheint, ist hier von eigentlichen Dreiecken keine Rede, sondern es werden die Grundlinien der letzteren durch die bezüglichen Bögen des Aequators

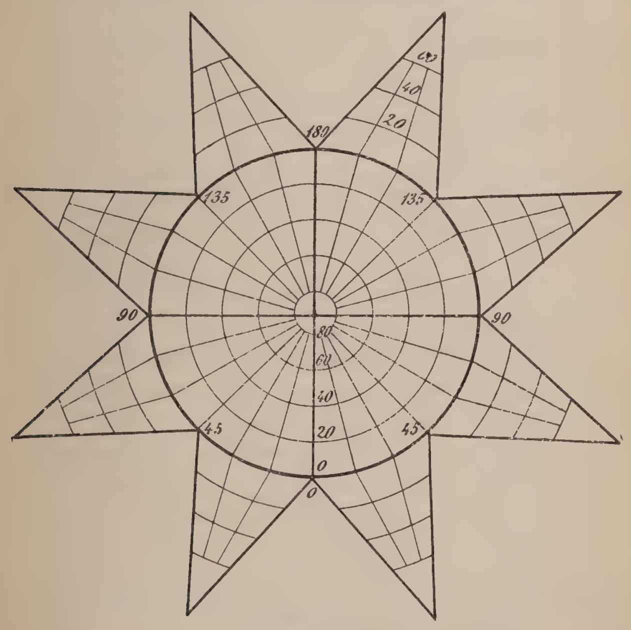


Fig. 48.

ersetzt. Das ganze erscheint wie ein regelmäßiger Stern: daher die Bezeichnung sternförmige Karte. In den Strahlen des Sternes sind die Parallelkreise vom Nordpol aus als konzentrische, gleich weit von einander abstehende Bögen dargestellt; die Meridiane erhält man in den Stern-

strahlen, indem man die Teilpunkte des Aequators mit den Spitzen der Strahlen durch gerade Linien verbindet.

Weitere Abarten der Jäger'schen Projektion entstanden durch verschiedene Einteilung des Aequators. Von ihnen soll hier außer der fünfstrahligen von H. Berghaus, der Devise

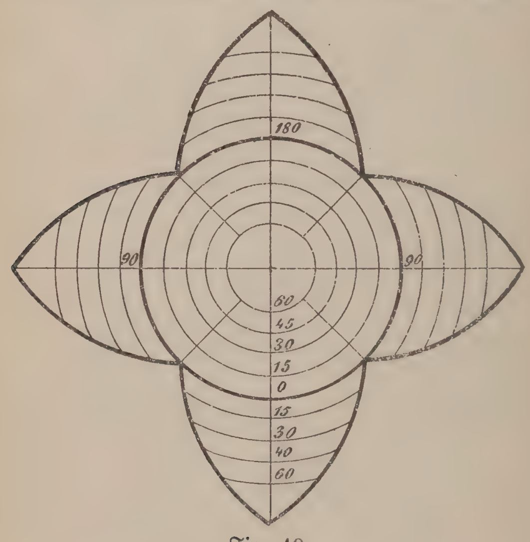


Fig. 49.

des Stieler'schen Atlas, nur noch derjenigen von A. Steinhauser Erwähnung geschehen. (Fig. 49).

Die nördliche Hemisphäre wird nach der äquidistanten Projektion (S. 89) gezeichnet und auf vier um 90° von einander entfernten und verlängerten Meridianen die gleiche Breitenteilung für die südliche Hemisphäre aufgetragen. Durch die Teilpunkte sind kreisbogenförmige Parallelkreise mit dem

Mittelpunkt im Nordpole der Projektion geführt. Auf diesen Parallelkreisen trägt man die Längengrade in gleicher Größe wie auf der nördlichen Hemisphäre auf und verbindet die gleichen Teilungspunkte durch Kurven, welche die Meridiane darstellen.

§ 12. Ueber die Auswahl der Projektionen mit geringster Verzerrung.

Wenn es sich um die Abbildung eines Landes handelt, wird man immer darnach trachten, diejenige Projektion zu wählen, welche die geringste Verzerrung oder Veränderung der Winkel, Längen und Flächeninhalte verursacht, wenn nicht gerade specielle Bestimmungen für die Karte eine andere Entwurfsart erheischen.

Bei den folgenden Betrachtungen sind daher diejenigen Projektionen ausgeschieden, die nur wegen ganz bestimmter Eigenschaften bevorzugt werden, wie z. B. die Merkator'sche Cylinderprojektion wegen der Geradlinigkeit der Loxodromen, die gnomonische Projektion wegen der Geradlinigkeit der Großkreisbögen, d. h. der kürzesten Verbindungswege zwischen je zwei Punkten der Erdoberfläche, und die orthographische Projektion, die zur Darstellung der Mondoberfläche benützt wird.

Wegen der kugelförmigen Gestalt der Erde wird man aber von den Verzerrungen der Winkel, Längen und Flächenräume immer nur eine Gattung zum Verschwinden bringen können, und es ist für die Herstellung guter Karten die Frage von höchster Bedeutung, bis zu welchem Grade für bestimmte darzustellende Teile der Erdoberfläche eine Annäherung an die nicht völlig zu erlangende Treue in zwei von den drei Elementen erreicht werden kann, wenn sie im dritten streng vorhanden ist.

Handelt es sich um die Abbildung einer vollen Halbkugel, so sind alle cylindrischen und konischen Projektionen auszuschließen, bei denen entweder ein Teil der Begrenzungslinien in unendliche Entfernung rückt oder wenigstens bei der Abwicklung Punkte, die auf der Erdoberfläche benachbart sind, in große Entfernung von einander gebracht werden. Nach Wegfall dieser Klassen von Projektionen hat man noch die Vorfrage zu entscheiden, ob mehr Gewicht auf die unveränderte Abbildung der Winkel, der Flächen oder der Distanzen gelegt wird.

Aequidistanz kann bei keiner Projektion erreicht werden, außer wenn von den Abständen von dem Kartenmittelpunkt die Rede ist. Um eine Erhaltung der Distanzen kann es sich also in keinem Falle handeln, nur um eine Erhaltung der Distanzen vom Mittelpunkt, die Zöppritz den Mittelabstand nennt.

Handelt es sich nun darum, die Winkel unverändert zu erhalten und die große Flächenveränderung möglichst zu reduzieren, so steht nur die stereographische Projektion zur Verfügung, bei welcher allerdings um den Rand der Karte die Flächen doch noch auf das vierfache vergrößert werden.

Soll die Abbildung flächentreu sein und dabei die größtmögliche Winkelveränderung ein Minimum sein, so entspricht diesen Anforderungen nur Lamberts äquivalente Azimutalprojektion.

Unter den mittelabstandstreuen Projektionen ist die äquidistante Projektion (S. 89) diejenige, welche die kleinsten Winkel- und Flächenverzerrungen giebt.

Die externen Projektionen, bei denen der Augpunkt von der Oberfläche weniger entfernt angenommen wird, als die Länge

des Kugelradius beträgt, geben Darstellungen, bei denen die größten Winkelverzerrungen kleiner als die der Lambert'schen Azimutalprojektion sind, während die größten Flächenveränderungen kleiner als bei der stereographischen, die Längenveränderungen aber kleiner als bei beiden, jedoch größer als bei der äquidistanten sind.

Konische Projektionen können weit bessere Ergebnisse liefern, wenn man auf die geschlossene Form des Umkreises verzichtet, was ja bei den echten Kegelprojektionen nicht anders sein kann. Wir waren bisher gewöhnt, uns den Kegel so angelegt zu denken, daß seine Achse mit der Erdachse zusammenfällt. Man könnte aber ebenso gut die östliche oder westliche Halbkugel auf eine Kegelfläche abbilden, welche die Erde längs eines Meridians berührt, wobei die Kegelspitze auf einen verlängerten Aequatorialradius der Erde zu liegen kommt.

Will man nur einen bedeutenden Teil einer Hemisphäre, eine größere Kalotte abbilden, so sind auch hier die azimutalen und perspektivischen Projektionen die besten.

Zweiter Teil.

Topographie.

Fünftes Kapitel.

Einteilung der Karten.

§ 13. Name und allgemeine Einteilung der Karten.

Die Griechen bezeichneten ihre Erdkarten mit dem Worte *πίναξ*, die Römer mit dem Worte orbis pictus, nach welchem die ältere deutsche Bezeichnung „Landtafel“ gebildet ist. Das lateinische „charta“ bedeutet ursprünglich „Urkunde, Brief, Bericht“, kommt aber schon seit dem 14. Jahrhundert auch als Bezeichnung für eine Landkarte vor. Der Ausdruck „mappa“ stammt von den alten, auf Stoffe gemalten Ländergemälden. Im Englischen unterscheidet man noch heute maps (Landkarten) und charts (Seekarten). Der Name „Atlas“ für eine Sammlung von Karten stammt von dem großen kosmographischen Werke Merkators her; schon Merkators Erben haben den Namen, der ursprünglich dem Ganzen zukam, auf einen Teil desselben, die Kartensammlung, übertragen.

Man teilt die Karten allgemein in Himmels-, Land- und Seekarten ein.

Zu den Himmelskarten zählen zunächst die astronomischen Karten, welche das Sonnensystem, einzelne Planeten oder den Mond darstellen. Da zu Mondbe-

trachtungen astronomische Fernrohre dienen, welche die Gegenstände umkehren, so ist auf den Mondkarten oben Süden, unten Norden. Meridian- und Parallelkreise erscheinen auf der Mondscheibe wie auf der Erde gezeichnet, und man nennt die sphärischen Koordinaten eines Punktes der Mondoberfläche selenographische oder Mond-Koordinaten; dementsprechend ist von einer selenographischen Länge oder Breite die Rede.

Für das Studium des gestirnten Himmels dienen die Sternkarten. Auf denselben sind die Sternbilder aufgetragen und die einzelnen Sterne erkennbar. Die angewandten Koordinaten sind hier die Deklination und die Rektascension.

Landkarten sind Abbildungen von Teilen der Erdoberfläche.

Eine große Gruppe von Karten bilden die Seekarten oder nautischen Karten, bei denen nicht das Innere des Landes, sondern die Küsten und die das Land umgebenden Meeresteile den Hauptgegenstand der Darstellung bilden. Das Innere des Landes wird bei Seekarten für die Zeichnung von wichtigeren Stellen in größerem Maßstabe oder zur Abbildung von Seezeichen, Bojen, Baken und Leuchttürmen ausgenutzt.

Land- und Seekarten lassen sich in viele Abteilungen unterbringen, je nachdem man sie nach dem Maß der Verjüngung ihrer Maßstäbe, nach ihrem Hauptinhalte und dem durch diesen bestimmten Benutzungszweck, oder nach der Art ihrer Ausführung anordnet.

§ 14. Verjüngungsverhältnis. Einteilung der Karten nach dem Verjüngungsverhältnis.

Man versteht unter Verjüngung einer Karte das Verhältnis, unter welchem alle Teile der Abbildung verkleinert erscheinen. Sind zwei Orte auf der Erdoberfläche 1 Kilometer von einander entfernt und beträgt ihre Entfernung auf dem Kartenbilde 1 cm, so ist das Verjüngungsverhältnis 1 : 100 000, was man auch durch $\frac{1}{100000}$ auszudrücken pflegt. Gewöhnlich wird auf den Karten das Verjüngungsverhältnis angegeben, und zwar:

1. In Bruchform oder durch eine Verhältniszahl $\left(\frac{1}{100\,000} = 1 : 100\,000\right)$. Dann zeigt die Verhältniszahl, der wievielte Teil eine angenommene Linie im Plane von der ihr zukommenden Linie in der Natur ist. Mißt man also z. B. beim Verhältnis $\frac{1}{40\,000}$ eine Entfernung von 3 cm auf der Karte ab, so entspricht dieselbe einer Distanz von 3×40000 cm = 1200 Meter der Natur. Ist aber die gemessene Entfernung 3 dm, so entspricht dies einer wahren Distanz von 3×40000 dm = 12000 m. Man kann sich also bei Messungen in diesem Falle einer beliebigen Einheit bedienen. Die Angabe des Verjüngungsverhältnisses in dieser Form ist erst in neuerer Zeit üblich geworden.

2. Manchmal wird die Verjüngung durch ungleiche Maßeinheiten angegeben, indem man ausdrückt, wie groß die Entfernung zweier Punkte in der Natur ist, deren Entfernung auf der Karte einen bestimmten Betrag, z. B. einen Centimeter erreicht. Steht also auf der Karte geschrieben

1 cm = 500 m, so will das sagen, daß jeder Centimeter der Karte gleich 500 Meter der Natur ist. Wird also die Länge eines Flußlaufes abgezirkelt und gleich 17 cm gefunden, so entspricht dies einer wirklichen Länge von 500 × 17 = 8500 m = $8^1/_2$ Kilometer. Diese Art der Angabe ist die auf englischen Karten gebräuchliche (1 inch = 15,78 miles, d. h. 1 : 1,000000).

3. Endlich enthalten die Karten oft einen verjüngten Maßstab, auf dem die Distanzen nach Auftragung mittels Zirkels direkt abgelesen werden. Auf solche Maßstäbe sind nämlich die üblichen Maße, Kilometer oder Meilen verkleinert aufgetragen, z. B. 1 cm für eine Meile. Die Teilstriche des Maßstabes geben die den jeweiligen Zirkelöffnungen entsprechenden Entfernungen, wie sie in der Natur stattfinden, direkt an. Unsere Fig. 50 ist ein verjüngter Linienmaßstab

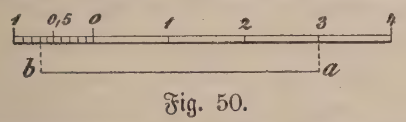


Fig. 50.

für das Verhältnis 1 cm = 1 Meile. Jeder Teilstrich desselben stellt eine Meile vor, welche man verjüngte Meile nennt. Einer der Teilstriche trägt noch zehn Unterabteilungen, um Zehntelmeilen abzulesen. Hat man also z. B. eine Distanz ab zu bestimmen, so wird sie in Zirkelöffnung genommen und von a bis b abgesetzt. Die Ablesung am Maßstab ergiebt 3,7, d. h. die Orte sind 3,7 Meilen von einander entfernt. Diese Art der Angabe des Verjüngungsverhältnisses findet man auf allen älteren Karten von der Zeit der sog. loxodromischen Karten bis in unser Jahrhundert.

Ist gar keine Verhältniszahl und kein Maßstab vorhanden, so kann man das Verjüngungsverhältnis selbst ermitteln, indem man die Länge eines Meridiangrades auf

der Karte mißt und dieselbe durch die wahre Länge eines Meridiangrades dividiert.

Ist auf der Karte ein Meridiangrad 5 cm lang, so ist unter der Annahme von 111121 m für die mittlere Länge eines Meridiangrades das Verjüngungsverhältnis:

5 cm : 11 112 100 cm

d. i.: 1 cm : 2 222 420 cm

oder rund: $\frac{1}{2\,220\,000}$. *

Allein diese Verjüngung gilt, besonders, wenn die Projektion keine konforme (winkeltreue) ist, nur für die nächsten Umgebungen desjenigen Ortes, wo die Messung des Meridiangrades erfolgte. Denn die Distanzen werden in keiner Projektion erhalten, und die Verzerrungen derselben sind auf verschiedenen Stellen der Karte verschieden und bei nicht konformer Projektion sogar an ein und derselben Stelle nach den verschiedenen Richtungen verschieden. So kann also auch die Angabe eines einzigen Verjüngungsverhältnisses für keine Karte genügen; man müßte, streng genommen, für verschiedene Lagen verschiedene Verhältnisse oder verschiedene Maßstäbe angeben. In der Praxis begnügt man sich jedoch damit, daß man das mittlere Verjüngungsverhältnis des Blattes angiebt.

Das Verjüngungsverhältnis ändert sich im übrigen mit dem Zustand der Atmosphäre und hängt von der Temperatur der letzteren und vorzüglich von ihrem Feuchtigkeitsgehalt ab, indem sich das Papier, auf welches die Karte gezeichnet ist, bei Kälte und Feuchtigkeit zusammenzieht.

---

*) Eine Tabelle zur Auffindung des Verjüngungsmaßstabes einer Karte aus der gemessenen Länge eines Aequatorgrades (111 307 m) findet man im „Geographischen Jahrbuch" 3. 1870. S. LIII.

Die meisten europäischen Staaten rechnen gegenwärtig nach dem Metermaße, welchem das Meter als Einheit zu Grunde liegt. Ein Meter gilt als der zehnmillionste Teil eines Meridianquadranten.

Beim Messen von großen Ausdehnungen findet das Meilenmaß Anwendung, und zwar nennt man Seemeile oder „Knoten“ die Bogenlänge einer Minute des größten Kreises der kugelförmigen Erde, dagegen geographische Meile die Bogenlänge von vier solchen Minuten. Es ist:

1 Seemeile = 1855 Meter rund,
1 geogr. Meile = 7420 „ „

Auf englischen und älteren Karten finden sich überdies folgende Maße:

1 österreichische Postmeile = 7586 m,
1 preußische Meile = 7532 m,
1 englische (statute mile) = 1609 m,
1 russische (Werst) = 1066 m.

Der Flächeninhalt der Länder wird in Quadratmeilen oder im Quadratmetermaß, in der Regel in Quadratkilometern, angegeben.

Wo es sich nicht um große Genauigkeit handelt, wird auch das Schrittmaß angewendet. Dazu mögen folgende Anhaltspunkte dienen: Ein Mann legt in der Minute

in gewöhnlicher Gangart 120 Schritte zurück = 90 m,
„ schneller „ 136 „ „ = 102 m,
im Lauf . . . . 170 „ „ = 153 m.

Das Verjüngungsverhältnis wird nach dem Zweck, welchem die Karte dienen soll, gewählt und bedingt folgende Einteilung der Karten.

1. Plan- und Flurkarten im Maßstabe von 1:500 bis 1:10000 für Katasterkarten, Pläne zu technischen Zwecken

wie Flußregulierungen, Straßen- und Eisenbahnbauten u. s. w.; die Maßstäbe von 1 : 2000 bis 1 : 5000 sind die gebräuchlichsten. Einen großen Maßstab wählt man in der Regel auch für die ersten Aufzeichnungen von spärlicherem Material, zur Konstruktion der Routenkarten, wegen der bequemeren übersichtlicheren Arbeit.

2. Topographische Specialkarten im Maßstabe von 1:10000 bis 1:200000.

3. Geographische Karten, Uebersichtskarten im Maßstabe von 1 : 200000 bis zu den kleinsten.

Diese Einteilung ist jedoch nicht streng zu nehmen, indem eine Karte mittleren Maßstabes, je nachdem sie in Beziehung zu einer höheren oder niederen Klasse gesetzt wird, als Generalkarte oder als Specialkarte gelten kann.

Bei Seekarten nimmt man die Einteilung wie folgt vor:

1. Küsten- oder Specialkarten im Maßstabe 1 : 10000 bis 1 : 30000, welche bei Fahrten in der Nähe der Küste, durch Meerengen und zur Einfahrt in Buchten, Flußmündungen oder Häfen gebraucht werden.

2. Segel- oder Kurskarten, welche zum gewöhnlichen Gebrauche während der Fahrt bestimmt sind, insbesondere zur Angabe der geographischen Position und des Kurses benutzt werden. Was das Verjüngungsverhältnis anbelangt, so fordert man von diesen Karten, daß man auf der Längen- und Breitenskala einzelne Minuten genau ablesen könne.

3. General- oder Uebersichtskarten, welche zur allgemeinen Orientierung bei Anlegung längerer ozeanischer Reiserouten dienen; ihr Verjüngungsverhältnis beträgt gewöhnlich: 1 : 800000 bis 1 : 1000000.

---

§ 15. Einteilung der Karten nach ihrer Bestimmung.

Eine Einteilung der Karten nach der durch ihren Hauptinhalt gekennzeichneten Bestimmung ist schwer auszuführen, da namentlich in neuester Zeit das Bestreben nach bildlicher Veranschaulichung zu den mannigfachsten Versuchen kartographischer Darstellungen geführt hat. Wir wollen nur die wichtigsten größeren Gruppen hervorheben.

1. Die geographischen Karten im allgemeinen haben die Bestimmung, innerhalb der durch das Verjüngungsverhältnis gesteckten Grenzen ein möglichst getreues Bild der Erdoberfläche oder eines Teiles derselben mit allen dem allgemeineren Wissen notwendigen oder den besonderen Zwecken der Orientierung dienenden Einzelheiten zu geben.

2. Allgemeine physikalische Karten haben die Aufgabe, die allgemeine physische Beschaffenheit oder besondere physische Verhältnisse eines Erdraumes mit Vernachlässigung aller dem besonderen Zwecke fremder Einzelheiten zur Darstellung zu bringen. Man kann dabei trennen:

a) Geognostische und geologische Karten sind dazu bestimmt, die Zusammensetzung des Bodens aus den verschiedenen Gesteinsarten und die Zugehörigkeit dieser zu den Formationen der erdgeschichtlichen Perioden zu veranschaulichen.

b) Hydrographische oder Gewässerkarten sind solche, auf denen besonders die Gewässer aller Art, wie Ströme, Flüsse, Bäche, Kanäle, Seen, Teiche mit Angabe der Flößbarkeit und Schiffbarkeit der bezüglichen Wasserstraßen, der Stromschnellen, Brücken, Fähren, der Tiefen der Seen u. dgl. erscheinen.

c) Orographische oder Gebirgskarten sind vorzugsweise der Darstellung der Unebenheiten des Bodens gewidmet. Denselben soll man leicht die Streichrichtungen und

Verteilungen der Gebirge entnehmen, die Höhen, die Lage der Sättel, Rücken und Pässe.

3. Allgemeine biologische Karten betrachten die Erde als den Nährboden des menschlichen, tierischen und pflanzlichen Lebens. Je nachdem sie die Verbreitung der Gruppen der Menschheit, der Tierwelt oder der Pflanzenwelt darstellen, sind sie als ethnographische, tier- oder pflanzengeographische zu bezeichnen. Die ersteren sind die wichtigsten und mannigfaltigsten und geben Aufschlüsse über die Verteilung der Menschheit nach Völkergruppen und sog. Rassen, über die Verbreitung von Sprachen, Nationalitäten, Sitten und Gebräuchen, religiösen Vorstellungen, Sprachen, Krankheiten u. s. w.

4. Politische Karten verdeutlichen in bildlicher Darstellung die administrative Einteilung der Erde und ihrer verschiedenen Staatengebilde. Stellen sie diese Einteilung als den Zustand vergangener Perioden dar, so nennt man sie historische Karten.

5. Verkehrskarten haben den Zweck der Veranschaulichung der natürlichen oder künstlichen Wege und Hilfsmittel des Völkerverkehrs und Handels. Auf den allgemeinen Verkehrskarten sind alle Verkehrsmittel eines größeren Ländergebiets oder eines Staates mit Uebergehung der Einzelheiten in großen, aber doch genauen Zügen dargestellt. Spezielle Verkehrskarten, wie Eisenbahnkarten, Straßenkarten, Telegraphenkarten, Postkarten, Seefahrtskarten enthalten alle möglichen Details, wie Stationen mit Haltestellen, Distanzen, Meilenzeiger, Pferdewechselstationen, Umsteigstellen u. s. w. Die Seefahrtskarten neuerer Konstruktion (z. B. Chatelains Weltkarte) machen die Flaggen der Dampfschiffe ersichtlich, welche die verschiedenen Linien befahren, und geben auch die

Anzahl der Abfahrten per Monat oder Woche an. Zu diesen Karten gehören die vor kurzem eingeführten, für wirtschaftliche Bedürfnisse sehr wichtigen isochronischen Karten. Auf denselben wird ersichtlich gemacht, welche Orte von einem großen Zentrum aus (Hauptstadt eines Staates) binnen gewisser Zeiten erreicht werden können. Eine besondere Art der Verkehrskarten sind die nautischen Spurkarten, welche die je nach den Jahreszeiten empfehlenswerten Schiffsbahnen in Gestalt verschiedenfarbiger Linien angeben.

6. Statistische Karten veranschaulichen die Verbreitung der Menschheit als Individuen (Volksdichtigkeitskarten) oder die durch den Menschen geschaffenen Verhältnisse auf den Gebieten der Volkswirtschaft, der Produktion und industriellen Verarbeitung, des kommerziellen Absatzes, der Wirtschaft und Zucht (wirtschaftsgeographische Karten).

7. Geradezu endlos ist die Serie der speciellen physikalischen Karten, deren Bestimmung es ist, Aufschluß über die Erscheinungen in der Luft- und Wasserhülle der Erde zu geben.

Als wichtigste nennen wir hier: Erdmagnetische Karten, welche die Verteilung der magnetischen Kraft der Erde zeigen, Meteorologische Karten, welche die Verteilung von Wärme, Schwere, Feuchtigkeit und Bewegung im Luftmeer darstellen, Klimatologische Karten, welche die Verbreitung der aus der Vereinigung aller dieser Faktoren resultierenden Klimagebiete angeben, Ozeanologische Karten, welche die Wärme-, Schwere- und Bewegungsverhältnisse in den Meeresräumen veranschaulichen u. a. m. Außerdem ist hier nochmals die große Gruppe der Seekarten zu erwähnen.

Bei allen Karten, die wie die letzteren Gruppen, ganz speciellen Zwecken dienen, macht man die darzustellenden Ver-

hältnisse entweder durch Farbenanlage (Flächenkolorit), oder durch Linien ersichtlich, welche die Punkte gleicher Intensität der Erscheinung verbinden.

Sämtliche bisher beschriebenen Karten können schließlich Handkarten oder Schulkarten sein. Die Handkarten sind für das höhere Studium und zum Geschäftsgebrauche bestimmt. Die sogenannten Schulkarten unterscheiden sich von den Handkarten durch das handlichere Format und durch die zweckmäßige Beschränkung und Anordnung des Inhaltes, gleichviel, ob sie als Teile der Schulatlanten für die Schüler oder als Wandkarten für die Schule bestimmt sind. Dem entsprechend unterscheidet man auch Handatlanten (Stieler, Debes, Andree, Spamer) und Schulatlanten (Henry Lange, Sydow-Wagner, Diercke-Gäbler, Langhans, Lehmann-Petzold u. a. m.).

Sechstes Kapitel.

Graphische Darstellung der Bodenbeschaffenheit.

§ 16. Situationsentwurf.

Die Kartenprojektionslehre machte uns mit verschiedenen Methoden vertraut, die Länder in der Ebene abzubilden. Man konstruiert nach der einen oder nach der andern Projektion zunächst das Gradnetz und trägt nun die Punkte nach ihren geographischen Längen und Breiten auf dasselbe auf. Diese Punkte sind Städte, Dörfer, Weiler u. s. w. Um einen Fluß, eine Landesgrenze, eine Gebirgskette, einen Küstenrand u. s. w. in das Blatt einzutragen, denkt man sich die

bezügliche krumme Linie je nach dem gewählten Maßstabe der Karte in eine Polygonallinie von mehr oder weniger langen Seiten zerlegt und überträgt letztere durch die geographischen Längen und Breiten der Eckpunkte auf die Karte.

Man verlangt von den geographischen Karten im allgemeinen, daß sie ein natürliches Bild der Bodenbeschaffenheit geben und die wichtigsten Objekte enthalten, welche auf die Bewohnung, Bodenkultur und das Verkehrswesen Bezug haben. Bei den Generalkarten tritt der Fall ein, daß aus Mangel am nötigen Raum, sowie aus Rücksicht auf Deutlichkeit und Lesbarkeit nicht mehr alle Objekte, wie z. B. einzelne Häuser, kleinste Bäche, Feld- und Waldwege, Kulturunterschiede u. s. w. eingezeichnet werden können und eine prinzipielle Beschränkung eintreten muß. Es geht daher der individuelle Charakter allgemach in einen allgemeinen Typus, in ein charakteristisches Bild im großen über. In höherem Maße geschieht dies bei denjenigen geographischen Karten, bei denen die Verkleinerung bereits eine halbe Million überschreitet. Hier tritt an Stelle des Naturbildes mehr und mehr eine Symbolisierung der topographischen und geographischen Objekte; es erscheinen nur noch Charakterzeichen für alle Wohnorte. Weiler und kleinere Wohnorte müssen in volksdichten Gebieten wegbleiben, ebenso minderwichtige Straßen, Kulturangaben und dergleichen, sodaß Landkarten kleinsten Maßstabes nur noch ein abstraktes Bild der allgemeinsten Verhältnisse, der Umrisse und Flächenräume geben.

Je nach der Bestimmung der Karte werden aber schmale und kleine Gegenstände, die von Wichtigkeit sind und nach dem gegebenen Verjüngungsverhältnis nicht gezeichnet werden könnten, unverhältnismäßig größer dargestellt. Eine Straße 1. Klasse ist z. B. für eine Verkehrskarte ein sehr wichtiger

Gegenstand. Ist aber die Karte im Verhältnis 1:25000 gezeichnet, so würde diese Straße nur 0,2 mm breit erscheinen und somit wenig auffallen. Man pflegt dann das bezügliche Objekt durch Ueberhalten des Maßes zu verdeutlichen und macht z. B. eine solche Straße 1,2 mm breit.

Gegenstände, deren Grundriß bei der Darstellung kein deutliches Bild giebt, werden durch bestimmte, meist den Originalgegenständen annähernd ähnliche Zeichen ersichtlich gemacht. Solche Zeichen nennt man Signaturen oder konventionelle Zeichen. Der Uebersichtlichkeit wegen werden dieselben durch Farben, Zeichen oder durch die Verschiedenheit der Schrift kennbar gemacht. Was die Anwendung der Farben zur Bezeichnung der Gegenstände anbelangt, so hält man sich an folgende Bestimmungen:

Alle Gewässer werden dunkelblau ausgezogen und blaßblau angelegt, Objekte von Stein rot, von Holz oder Erde schwarz, Hutweiden, Heiden, Wiesen, Gärten blaugrün, Waldungen, Remisen blaßschwarz, Gestrüppe gelblichgrau, Weingärten gelbrot, Felsen und Gerölle rotbraun, die Fußsteige, Saumwege und gewöhnlichen Fahrwege, falls sie Hauptverbindungswege bilden, durch chromgelb ersichtlich gemacht. Sumpf und Moorstriche werden blau gezeichnet. Felder, welche nur während der Brache als Hütung oder abwechselnd als Acker oder Wiese benützt werden, bleiben weiß.

Die Signaturen sind je nach dem gewählten Maßstab und nach den besonderen Bestimmungen der Karten verschieden, doch im allgemeinen einander ähnlich. Die Figuren 51, 52, 53, 54 zeigen die Signaturen zum Planzeichnen nach den für die Aufnahmen des Königl. Preußischen Generalstabes geltenden Bestimmungen.

Wege.

Fussweg.

Feldweg

Gewöhnlicher Verbindungsweg

Besserer Verbindungsweg

Befestigter Weg

Chaussee.

Damm

mit fahrbarer, ohne fahrbare Krone.

Knüppel-Damm.

Stein-Damm.

STADT und FESTUNG

Er. P.

Eisenbahnen.

Eingeleisig

Zweigeleisig

Ausweichestelle

Im Bau begriffen. Projectirt

Bhf.

Durchstich

B.W.

H.St.

Rampe

Damm

Durchlass

Hölzerne Brücke

Tunnel

Steinerne Brücke

Holz-Bau

Stein

Thalübergang (Viaduct)

Eisen-Bau

Kreuzung in gleicher Höhe

H.P.

Kirchdorf

Gut

M.

Fig. 51.

Wohnstätten und deren Umgebungen.

Massive Häuser u. nicht massive Häuser

Massive u. nicht massive Kapellen ...... Kp. Kp.

Massive u. nicht massive Kirche ohne Thurm

Massive u. nicht massive Kirche mit Thurm

Wassermühle ......

Holländer-Windmühle, massiv u. nicht massiv

Bock-Windmühle ......

Forst-Amt ...... F.A.

Ober-Försterei ...... O.F.

Försterei, Forsthaus ...... F.

Wald-Wärterhaus ...... W.W.

Mauer ......

Bretterzaun, Lattenzaun ......

Eisengitter, Drahtzaun ......

Grössere längliche Steinhaufen ......

Hecke ......

Wall { *Feldein-friedigung* } *mit Hecke (Knick)* ......
ohne Hecke ......

Garten (Obst-, Gemüse-) ......

Kunstgarten ......

Wein-Garten ......

Hopfen-Garten ......

Khf. Kirchhof für Christen ......

Bgr. Pl. Begräbnissplatz für Juden ......

Fig. 52.

Boden.

Trockne Wiese

Sand.

Nasser Boden.

Nasse Wiese.

Gebüsch.
Gestrüpp.

Morast.

Torfstich.

Hutung, Viehweide.

Einzelne Bäume

Heide.

Wald.

Laubholz.

Waldboden.

Nadelholz.



Gemischtes Holz.



Schloss mit Parkanlagen.

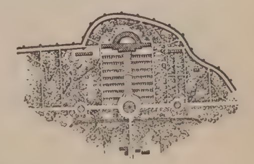
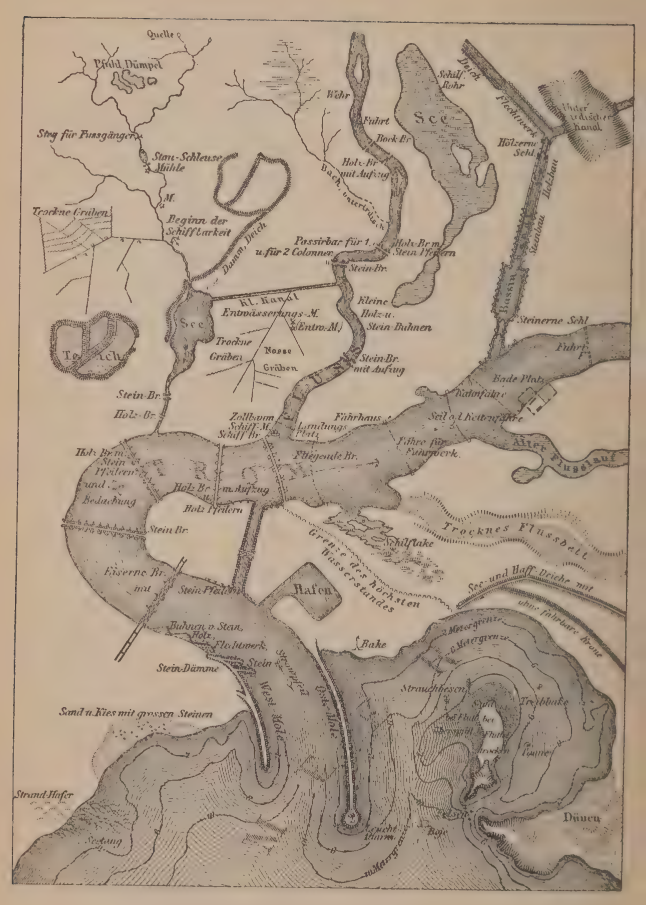


Fig. 53.



Gewässer.

Fig. 54.

Diese einfachen Bezeichnungsweisen sind allgemein erst in neuerer Zeit eingeführt worden, wenngleich ein gewisses Maß der Symbolisierung der Naturobjekte auch schon auf allen älteren kartographischen Darstellungen zu bemerken ist. So waren schon auf den römischen Straßenkarten (Itineraria picta) die Gebirge nach der Hügelmanier, Flüsse durch dickere krumme, Straßen durch dünne gerade Linien verzeichnet; auf den letzteren befanden sich Zahlen, welche die Entfernungen von Ort zu Ort in Stadien angaben, sowie die Namen der Straßen. Größere Waldungen waren durch Bäume, Städte und Lager durch einzelne Häuser bezeichnet. Das älteste uns erhaltene Bild einer solchen Straßenkarte und zugleich das kartographische Hauptdenkmal des Altertums ist die sogenannte Peutinger'sche Tafel (Fig. 55), welche von Conrad Celtes im Anfange des 16. Jahrhunderts gefunden wurde, dann in den Besitz der Familie Peutinger überging und zuerst 1591 von Wolfgang Welser und 1598 von Abraham Ortelius bekannt gemacht wurde. Das jetzt in der Hofbibliothek in Wien aufbewahrte, auf 12 Pergamenttafeln gemalte Original scheint im 13. Jahrhundert nach einer Vorlage aus dem 3. Jahrhundert angefertigt worden zu sein.

Auf den Weltbildern des Mittelalters ist die Symbolisierung sehr gering. Da sie ja weniger dem Zwecke der Orientierung als dem der Fixierung und Illustrierung des Weltbildes dienten, so ist auf ihnen das Material topographischer Einzelheiten sehr gering. Um so größer war der Platz für bildliche Darstellungen von Oertlichkeiten, Gebäuden, Kirchen, von historischen oder mythischen Ereignissen, von Fabeltieren und monströsen Menschen. Das interessanteste Exemplar eines solchen Weltbildes ist die sog. Ebstorfer Welt-

Fig. 55. Peutingertafel.



Fig. 56.

karte, die um 1270 in der Gegend von Lüneburg gezeichnet ist.*)

Noch bis zum Ende des sechzehnten Jahrhunderts pflegte man die Karten, besonders diejenigen von Asien, Afrika und

*) Diese Karte ist in neuester Zeit von K. Miller in wundervoller Nachbildung veröffentlicht worden. (Mappae mundi. Heft 5.)

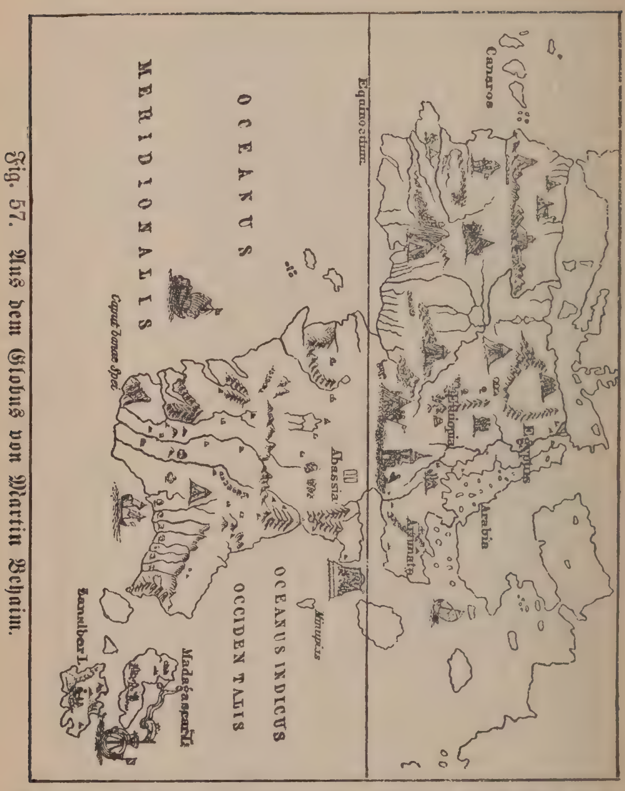


Fig. 57. Aus dem Globus von Martin Behaim.

Amerika, auf welchen der Mangel an sicheren Nachrichten viel Raum freiließ, in der wunderlichsten Art auszustatten und Gegenstände, welche man schärfer zum Ausdruck bringen wollte, drastisch zu markieren. So waren, wo Städte, Festungen und Burgen lagen, auch kleine Städte, Festungen und Burgen



Fig. 58. Karte von Afrika von Sebastian Münster.

aufgezeichnet. Baumzeichnungen, z. B. drei oder vier großgezeichnete Palmen oder Kokosnußbäume, sollten die Vegetation charakterisieren. Große, mitten in einem Lande gezeichnete Fahnen oder die Bilder auf dem Thron sitzender Fürsten hatten die Bestimmung, die regierende Macht zu veranschaulichen. Menschengestalten in ziemlich großem Maßstabe gaben über

die Verteilung der Menschenrassen Aufschluß, ebenso wie Tierbilder auf die wunderbare Fauna der Länder hindeuteten. Z. B. ist die Karte Juan de la Cosas (1500), aus der Fig. 56 den Erdteil Afrika darstellt, mit solchen Bildern überfüllt, und auch der Globus Martin Behaims (1492) (Fig. 57) enthält derartige Zeichnungen, wenn auch nicht in so großer Anzahl. Auf der Karte von Afrika von Sebastian Münster (1544) (Fig. 58) sind die Königreiche nur mehr durch Scepter und Kronen bezeichnet; man bemerkt auf derselben aber auch noch einzelne Bäume mit daraufsitzenden Papageien in der Gegend der Kongomündung, in der Nähe des Kaplandes einen großen Elefanten, und im heutigen Kamerun vertritt die Gestalt eines einäugigen Menschen als Repräsentant der Monoculi die Monstren des Mittelalters. Wenngleich also die Karten des beginnenden sechzehnten Jahrhunderts immer noch einige Reste des Bilderschmuckes der älteren Weltkarten aufweisen, so beginnt doch um diese Zeit mit der Reformation der wissenschaftlichen Kartographie auch die moderne Form der topographischen Zeichnung. Alle die Zeichner, deren Arbeiten Abraham Ortelius (1526—1598) in seinem Theatrum Orbis (1570) vereinigte und Merkator in seinem Atlas (1585—1595) verwertete, haben ihren Anteil an dieser Reform, und nicht zuletzt ist auch hier Merkator selbst zu nennen, dem wir vor allen die Einführung der lateinischen Cursivschrift als Ersatz der gothischen Buchstabenschrift auf Karten zu danken haben.

Besondere Verdienste in Bezug auf topographische Ausstattung erwarb sich Philipp Apian, dessen „Bayrische Landtafeln“, das topographische Meisterwerk des sechzehnten Jahrhunderts, in Holzschnitt auf 24 Blättern zu Ingolstadt 1568 erschienen.

Auf derselben (Fig. 59) sind Reichsstädte, Bischofssitze, Klöster, Städte, Dörfer, sodann die Orte, wo sich Spiegelhütten, Glashütten, Salinen, Erzgruben und Heilquellen befinden, durch besondere Zeichen angegeben, Verwaltungs- und Gerichtsbezirke begrenzt u. s. w. Eine andere vorzügliche Specialkarte, ein würdiges Seitenstück zur Apian'schen, lieferte der Thüringer Pastor Caspar Hennenberger mit seiner Karte von Preußen vom Jahre 1576. Auf derselben sind die Küstenlinien und Bewässerungen mit großer Treue dargestellt; Laub- und Nadelholzwälder sind unterschieden, Städte, Festungen, Schlösser, Dörfer, Mühlen u. s. w. durch besondere Zeichen kenntlich gemacht.

Wie Apian in Bayern, zeichnete sich in Sachsen in Bezug auf topographische Ausführung Matthias Oeder aus. Derselbe verfaßte zu Ende des sechzehnten Jahrhunderts auf Grund genauer Vermessungen mit Meßschnur, Quadranten und Bussole eine Karte der gesamten kursächsischen Lande, welche nicht nur als ein topographisches Meisterstück aus jenen Zeiten angesehen wird, sondern auch sehr gut geeignet ist, wertvolles, historisches und statistisches Material für die Geographie Sachsens um das Jahr 1600 zu liefern. Sieht man nämlich von einigen Strecken ab, welche Oeder nicht eingehender bereisen konnte, so sind alle anderen Gebiete mit großem Fleiß charakterisiert. Städte und Dörfer in ihrer im Berglande so häufig vorkommenden charakteristischen Längenerstreckung in einer Thalmulde, an einem Bache entlang, die Lage der Kirche und des Schlosses im Orte, die Mühlen, Weinberge, Wälder sind in genauer Lage und Begrenzung eingetragen. Flüsse, Bäche und Teiche sind in ihrem Verlaufe und in ihren besonderen Gestaltungen auf das sorgfältigste vermessen und verzeichnet. Die vielgenannten und weitverbreiteten Karten

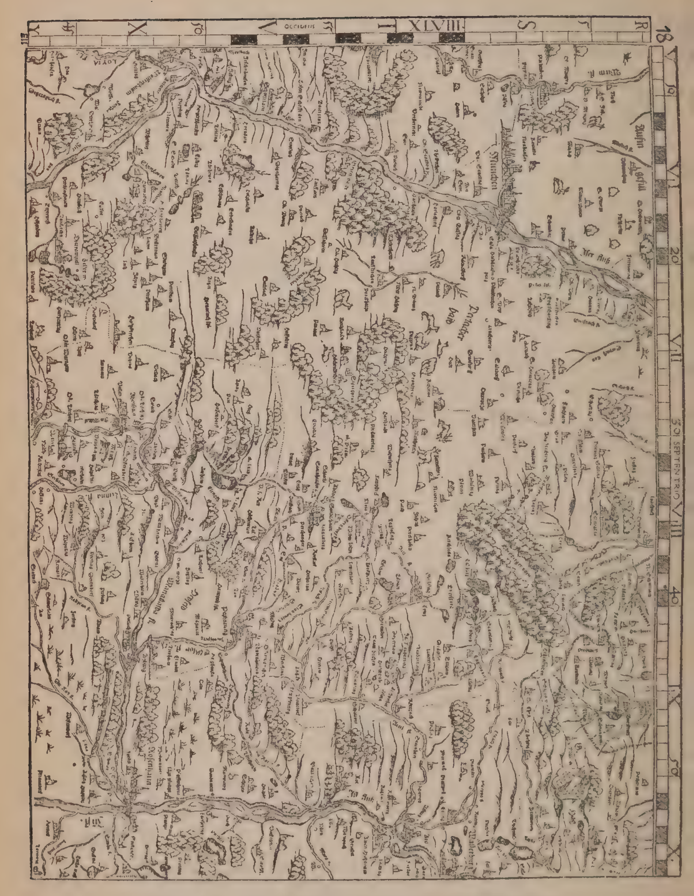


Fig. 59. Aus Apians Karte von Bayern.

A. F. Zürners aus dem Anfang des achtzehnten Jahrhunderts sind weit weniger genau als jene Oeders. Von anderen wichtigen Karten dieser Reformzeit nennen wir noch Martin Helwigs „Erste Land-Charte vom Herzogtum Schlesien (1561)“, Humphrey Lhuyds Karte von England (1569) und aus dem 17. Jahrhundert die Landesaufnahme Württembergs (1624—1635) von Wilhelm Schickhardt.

Aber auch die alte Methode, drastische Zeichen zu verwenden, behielt ihr Recht. So konstruierte sich Kurfürst August von Sachsen um das Jahr 1575 einen eigentümlich illustrierten touristischen Führer für eine längere Landreise, der als ältestes Vorbild der noch heute üblichen Touristenkarten für längere Eisenbahn- und Flußfahrten (z. B. Rheinfahrt-Karten) gelten kann. Gänzlich verzichtet auf die Anwendung symbolischer Zeichen eine Zeichenmanier, welche auf die Vogelperspektive gegründet ist. Ein gutes Muster solcher Karten, deren es im sechzehnten und siebzehnten Jahrhundert zahlreiche gegeben hat, ist die aus dem Jahre 1566 stammende Karte von Meißen und Thüringen von Hiob Magdeburg. Die ganze Karte ist mit bunten Deckfarben auf Papier gemalt. Die Darstellung wirkt mit den grünen Wäldern, braunen Gebirgen und Felsen, blauen Gewässern und roten Dächern der Gebäude in Städten und Dörfern wie ein Gemälde aus der Vogelperspektive. Einzelne Berge glaubt man sogar an ihrer landschaftlichen Gestalt zu erkennen.

In neuester Zeit wird vielfach diese alte Darstellungsweise „aus der schrägen Vogelschau“ wieder neuaufgenommen. Wie bei den Jagd- und Markungskarten des 15. und 16. Jahrhunderts die Aufnahme der Oertlichkeiten und des Geländes thatsächlich von einem Berg oder Turme aus erfolgte, welche eine günstige Rundsicht gestatteten, so ist hier — wie

Fig. 60 zeigt — die Aufnahmestellung an einem entfernten und erhöhten Punkte gedacht. Diese Darstellungsweise bietet den großen Vorteil, nicht bloß den Grundriß der Landschaft, sondern auch ein Bild derselben, wie es sich in der Wirklichkeit darbietet, zu geben. Dieselbe eignet sich jedoch naturgemäß nur für kleinere Gebiete, da sich die von der Aufnahmestellung abgelegenen Teile der Landschaft unverhältnismäßig zusammenschieben, — ein Nachteil, der indes durch Aneinanderfügung der aus mehreren Aufnahmestellungen gewonnenen Bilder teilweise beseitigt werden kann.

Im siebzehnten Jahrhundert schritt mit der Ausbildung

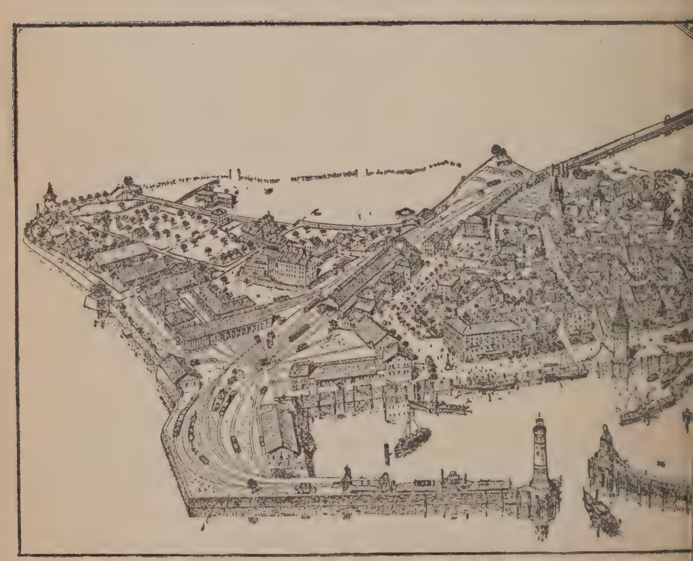


Fig. 60. **Lindau aus**

der Triangulation auch die topographische Darstellung des Terrains vor. Ein Zeitgenosse des Begründers der wissenschaftlichen Aufnahmelehre, des berühmten Snellius, **Hans Konrad Gyger** verfertigte 1667 eine ziemlich genaue Karte des Kantons Zürich in der Schweiz mit den angrenzenden Gebieten im Maßstabe 1 : 30 000, die als vorzügliche topographische Leistung angesehen wird. Auf der Karte selbst wird angegeben, daß „alles nach geometrischer Anleitung abgetragen" wurde. Mit dem 18. Jahrhundert beginnt dann die Periode der geodätisch-topographischen Landesaufnahmen. Frankreich erhielt durch den im ersten Teil genannten **Cassini**



„schrägen Vogelschau"

eine große topographische Karte im Maßstabe 1:86 400; im Anschluß an diese Karte schuf seit 1777 die österreichische Verwaltung Belgiens die große 25 Blatt-Karte Belgiens von Joseph de Ferraris. In deutschen Landen verhinderte die territoriale Zersplitterung die Herstellung einer auf topographischer Aufnahme beruhenden einheitlichen Karte; doch verschafften sich einige kleinere Staaten schon früh gute Karten ihres Ländergebiets. Hessen-Kassel besaß schon 1708 eine gute topographische Landkarte im Maßstabe von 1:51000. Für Württemberg lieferte 1795—1818 J. G. F. von Bohnenberger die treffliche „Charte von Schwaben" in 54 Blatt in 1:81600; das Bremische Staatsgebiet vermaß 1790—1798 C. A. Heinecken. In Oesterreich beklagte man noch zu Anfang des gegenwärtigen Jahrhunderts den Mangel einer guten topographischen Karte der Monarchie, und auch Preußen hat erst spät eine systematische Landesaufnahme begonnen. Im Jahre 1874 übernahm der Königl. Preußische Generalstab die Blätter der 1805 von G. D. Reymann begonnenen und von C. W. v. Oesfeld fortgesetzten „Topographischen Specialkarte von Mitteleuropa" in 1:200000. Jetzt besitzt die Mehrzahl der europäischen Staaten gute topographische Karten; unter ihnen nehmen die Arbeiten der schweizerischen Landesvermessung mit dem sog. „Siegfriedatlas" (seit 1870) den ersten Platz ein.

§ 17. Die Bodenunebenheiten. Meeresniveau.

Bisher hat es sich immer um die Darstellung der Punkte ohne Rücksicht auf die dritte Dimension, auf die Höhe, gehandelt. Die Objekte der Erdoberfläche, von denen die Karte eine Abbildung geben soll, sind jedoch räumliche

Größen, d. h. sie haben außer der Längen- und Breitenausdehnung auch noch eine Höhe. In der Karte kann man die Höhe nicht unmittelbar zur Geltung bringen; man giebt von solchen Gebilden eine Ansicht, indem man die Fußpunkte der Lotlinien überträgt, welche man von den erhöhten Punkten auf die ideelle Erdoberfläche gefällt denkt.

Wenn wir sagen, die Erde habe die Gestalt einer Kugel, so geschieht dies im Hinblick auf die Thatsache, daß die Höhe der höchsten Gebirge im Verhältnis zum Halbmesser der Erde verschwindend klein ist. Allein, wenn diese Thatsache an und für sich vollkommen richtig ist, so haben wir Erdbewohner doch mit den Unebenheiten des Bodens bei jeder Gelegenheit, schon bei einem einfachen Spaziergange, zu rechnen, da wir auch bei einem solchen wissen wollen, ob der zurückzulegende Weg eben oder steil ist. Jede Höhe muß aber auf irgend eine Ebene bezogen werden, auf der Kugel aber auf eine Kugelfläche von einem bestimmten Halbmesser, wobei es nötig ist, daß letzterer keine Veränderung erleide. Es ist ferner notwendig, daß Teile dieser ideellen Kugel irgendwo und zwar an möglichst vielen Punkten wirklich sichtbar und zugänglich seien. Allen diesen Bedingungen scheint einzig und allein das Meeresniveau zu entsprechen.

Da die verschiedenen Teile der Weltmeere mit einander in Verbindung stehen, so sollten ihre Oberflächen nach hydrostatischen Gesetzen einander entsprechen oder, besser gesagt, mit einer Kugelfläche zusammenfallen, die man sich rings um die Erde ausgedehnt denken kann. Mit anderen Worten, das Meer sollte überall gleiches Niveau haben. Dies ist aber nicht der Fall, da die Zentrifugalkraft und die ungleichmäßige Verteilung der Massen auf der Erdoberfläche

dieses Verhältnis stören. Man bezieht sich daher auf ein mittleres Niveau.*

Die ideelle Kugelfläche, auf welche alle Höhen bezogen werden, ist also durch das mittlere Meeresniveau gegeben. Man versteht dann unter absoluter Höhe eines Ortes oder eines Punktes seine vertikale Erhebung über das mittlere Niveau des Meeres. Oft wird aber eine Höhe auf eine beliebige andere Ebene bezogen, z. B. die Höhe eines Berges auf das zunächst darunter liegende flache Land. Dann nennt man die Höhe relativ. Haben mehrere Punkte gleiche absolute Höhe, so sagt man, sie liegen in demselben Niveau. Die Differenz zwischen den Vertikalabständen zweier Höhenpunkte heißt die Ueberhöhung oder der Niveauunterschied. Unter Höhenkoten endlich versteht man die in Zahlen ausgedrückten und gemessenen absoluten oder relativen Höhen. Kotierte Punkte sind solche, deren Höhen wirklich bestimmt worden sind.

Wie beim Kugelkörper jede Projektion hinter den Anforderungen der Richtigkeit der horizontalen Dimensionen zurückbleibt, so erreicht die beste Zeichnungsmanier nur unvollkommen die Plastik der Natur, selbst bei topographischen Karten großen Maßstabes, die der Zeichnung der charakteristischen Individualität der Erhebungen einigermaßen Platz gewähren. Ebenso wie allein die Darstellung der Erde auf einem Globus allen Anforderungen in Bezug auf Flächen- und Winkeltreue genügt, vermag auch nur die Abbildung von Flächenräumen in der Form plastischer Modelle alle Ansprüche auf

*) Die Veränderungen des Meeresniveau haben bereits Anlaß gegeben, an die Wahl eines anderen ideellen Niveaus zu denken, auf das alle Höhenmessungen bezogen werden sollten. Preußen hat 1879 den Normal-Nullpunkt (N. N.) für Höhenbestimmungen an die Nordseite der Königl. Sternwarte in Berlin versetzt.

Aehnlichkeit der Verhältnisse in der dritten Dimension zu befriedigen. Die Konstruktion solcher „Reliefkarten“ oder besser „Reliefmodelle“ soll später besprochen werden.

Die Praxis der Bergzeichnungsmethoden hat sich nur sehr allmählich entwickelt und vervollkommnet. In den ältesten Zeiten begnügte man sich, das Vorhandensein von Gebirgen auf der Karte durch sogenannte sägenartige Segmente (Fig. 61) anzuzeigen. Die ersten Ausgaben des Ptolemäus enthalten derlei Zeichen für die Hochgebirge. Später ging man zur sogenannten Haufenform über, indem man die Gebirgszüge als Reihen kleinerer Hügelkuppen darstellte. Letztere Methode erhielt sich im Gebrauch bis zum Beginn unseres Jahrhunderts. Erst für die topographischen Karten der neueren Zeit erfand man Methoden, welche die Erhebungen der Erdoberfläche in möglichst naturwahrer Gestalt bildlich darzustellen gestatteten.

Fig. 61.

§ 18. Methode der Horizontal-Schichtenlinien.

Angenommen, wir hätten (Fig. 62) die zwei Kegel A′ und B′, welche gleiche Grundflächen, aber verschiedene Höhen haben, in der Horizontalprojektion darzustellen. Wir können vorläufig annehmen, daß diese Kegel zwei Berge darstellen. Die Horizontalumrisse dieser zwei Körper werden alsdann zwei Kreise A und B sein, die gleichen Radius haben; aber aus dieser Projektion können wir nicht erkennen, welcher der beiden Körper der höhere ist. Denken wir uns aber auf der Höhe eines jeden der beiden Kegel gleiche Teile wie $m'n' = m''n''$ aufgetragen, so wird der höhere Körper mehr solcher Teile aufnehmen als der kleinere, und zwar in unserem Falle der Kegel A′ 7 solche Teile, der Kegel B′ nur 4.

Legen wir durch die Teilpunkte Ebenen, welche der Grundfläche parallel sind, so schneiden diese die Mantelflächen der beiden Kegel nach Kreisen, deren Horizontalprojektionen sich mit Hilfe der projizierenden Lote $a'_2\ a_2$, $a'_3\ a_3$ . . . . . je als ein System von konzentrischen Kreisen mit dem gemeinschaftlichen Mittelpunkt in der Projektion der Spitze des Kegels

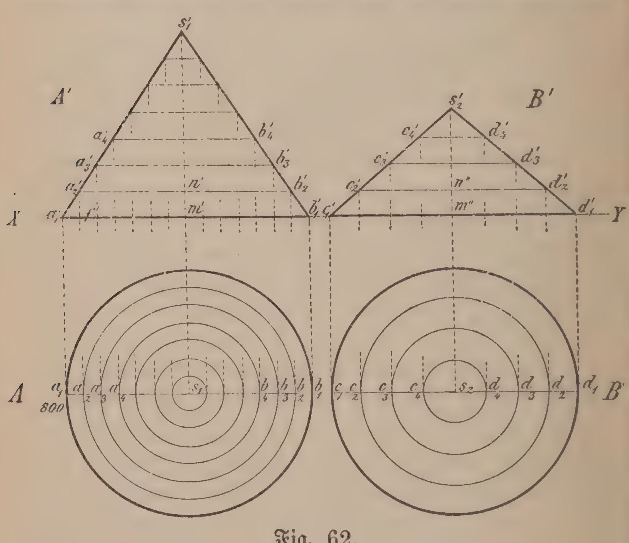


Fig. 62.

ergeben. Sehen wir uns jetzt die bezüglichen Horizontalprojektionen A und B an, so fällt uns auf, daß bei dem höheren Kegel mehr konzentrische Kreise als bei dem niedrigeren vorhanden sind, und, da sie auf gleiche Flächen verteilt sind, daß bei dem höheren Kegel diese Kreise dichter neben einander liegen. So erhalten wir einen ersten Grundsatz für die Beurteilung der

Höhen, nämlich: je mehr konzentrische Kreise vorhanden und je näher diese an einander liegen, desto höher ist der Körper. Man kann aber weiter gehen und eine Einrichtung treffen, welche gestattet, die Erhebung der beiden Körper über die Ebene aus der Horizontalprojektion unmittelbar abzulesen. Nehmen wir z. B. an, m′ n′ betrage 5 m in der Natur, so können wir aus der Anzahl der konzentrischen Kreise sofort auf die Höhe eines jeden beliebigen Punktes über der Ebene X Y schließen. Beim Kegel A A′ z. B. haben wir 7 konzentrische Kreise — denn der Punkt, welcher die Horizontalprojektion des Scheitels darstellt, ist auch als einer dieser Kreise aufzufassen —; daher ist die Höhe von S_1 gleich $5 \cdot 7 = 35$ m. Steht endlich bei A die Angabe irgend einer absoluten Höhe, z. B. 800 m, so haben wir die absolute Höhe des Punktes $S_1 =$ 800 m + 35 m = 835 m; d. h. S_1 liegt 835 m über dem Meeresniveau.

Auf dem vorerwähnten Princip beruht die Darstellung des Terrains durch die Horizontalschichtenlinien. Bei der Horizontalschichtenmanier, auch kurzweg Schichtendarstellung genannt, denken wir uns einen Terrainkörper durch eine Anzahl gleichweit von einander abstehender Horizontalebenen durchschnitten. Bestimmt man auf der Oberfläche des darzustellenden Körpers die Begrenzungs-Linien dieser Horizontalebenen, so erhält man Linien, die man Horizontalen, Horizontal-Schichtenlinien, Isohypsen, Niveaukurven oder kurzweg Schichtenlinien nennt. Jener Teil des Körpers, der zwischen zwei solchen Horizontalebenen liegt, also z. B. $a'_2\ a'_1\ b'_1\ b'_2$ (Fig. 62), heißt eine Schicht. Der senkrechte Abstand der zwei Horizontalebenen, wie $m'\ n' = a'_2\ f'$ heißt Schichtenhöhe. Die Seitenoberflächen der Schichten, d. h. die verschiedenen Kegelrumpfmäntel, nennt man Schichten-

mäntel oder Schichtenböschung. Der Flächenraum, welcher in der Horizontalprojektion von zwei benachbarten Schichtenlinien begrenzt wird, heißt Schichtengürtel.

In Fig. 62 stellt $a'_1\, s'_1\, b'_1$ die Vertikalprojektion des Schnittes des als Kegel gedachten Berges mit einer durch die Kegelachse gehenden Vertikalebene dar. Man nennt diese zeichnerische Darstellung eines solchen Durchschnittes ein Profil. Wenn es sich um einen Drehungskörper handelt, genügt ein Profil für die Darstellung der Horizontalprojektion. Der Kegel könnte aber an der rückwärtigen, in der Zeichnung unsichtbaren Seite einen Ansatz haben, und dann wäre A nicht mehr die richtige Horizontalprojektion von A'. Von einer anderen Seite gesehen, könnte der fragliche Körper z. B. wie in Fig. 63 gezeichnet aussehen; der obere Vertikalumriß würde dann das Profil von A' in Fig. 63 ersetzen, wenn man sich durch

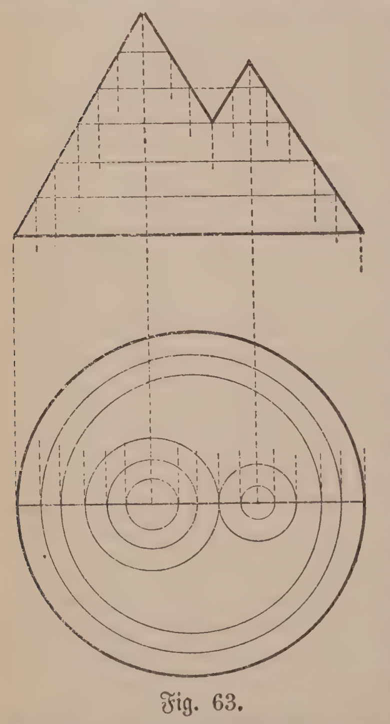


Fig. 63.

$s'_1 m'$ eine Ebene senkrecht zur Vertikalebene gelegt denkt. Teilt man jetzt den Körper in Schichten und projiziert dieselben auf die Horizontalebene, so erhält man eine ganz

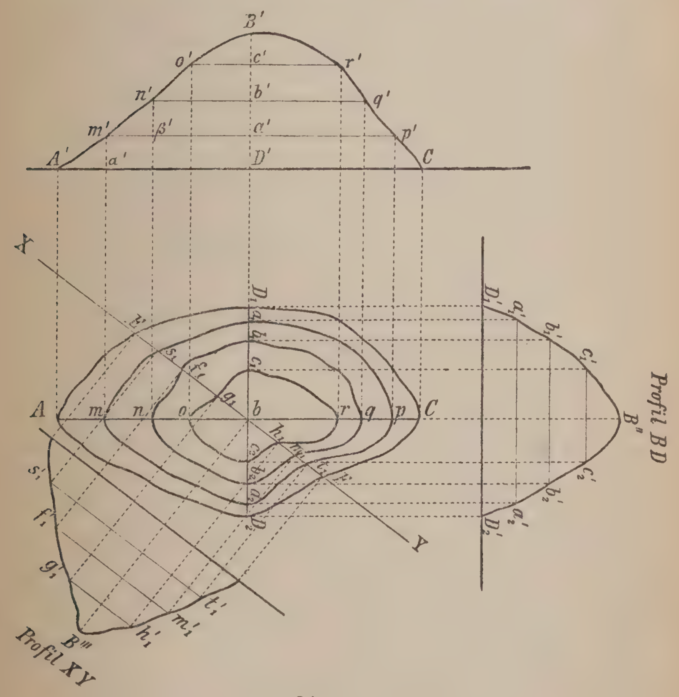


Fig. 64.

andere Figur. Ein Profil allein genügt somit nicht für die Darstellung der wahren Gestalt eines Körpers; man muß, wenn es sich um einen unregelmäßigen Körper handelt, mehrere Profile anlegen und die Horizontalprojektionen aller dieser

Profile darstellen. Ist z. B. die Unebenheit ABC (Fig. 64) gegeben, so wird man zunächst die Schichtenlinien m'p', n'q', o'r' anlegen und horizontal projizieren. Die Horizontalprojektion des Profils A'B'C' ist die Linie AC. Projiziert man die Punkte m', n', o', p', q', r', so erhält man die Punkte m, n, o, p, q, r. Diese Punkte genügen nicht, um die Isohypsen auszuziehen, man muß noch andere Profile anlegen. Denken wir uns durch B'D' eine Ebene senkrecht zur Vertikalebene gelegt, so wird die Horizontalprojektion dieses Profils $D_1 D_2$ sein. Es sei D'_1 B'' D'_2 dieses Profil. Projiziert man die Durchschnittspunkte dieses Profils mit $a'_1a'_2$, $b'_1b'_2$, $c'_1c'_2$ auf die Horizontalebene, so ergeben sich in der Horizontalprojektion auf D_1D_2 die Punkte a_1, b_1, c_1, c_2, b_2, a_2. Denkt man sich ein weiteres Profil angelegt, dessen Horizontalprojektion EF sei, so ergeben sich auf ähnliche Weise die Punkte s_1, f_1, g_1, h_1, m_1, t_1. Nun muß man so viele Profile anlegen und projizieren, bis man in der Horizontalprojektion genügend viele Punkte erhält, die, mit einander verbunden, die Höhen in verschiedenen Punkten und Lagen darstellen, oder mit anderen Worten, bis die Isohypsen durch diese Punkte vollständig bestimmt sind.

Die kleinen Dreiecke A' m' α', m'n'β' u. s. w. nennt man **Profildreiecke**. m'α' oder n'β' ist die Schichtenhöhe, A'α' oder m'β' die **Anlage**, A'm' oder m'n' die **Böschung** und $\sphericalangle$ α' A' m' oder β' m' n' endlich der **Böschungswinkel**. Sind zwei Stücke eines Profildreiecks bekannt, so kann man das dritte durch Rechnung oder Konstruktion ermitteln.

Die **Isohypsenkonstruktion** geht in der Praxis einfach vor sich. Bei der Aufnahme des Landes wird nicht nur die gegenseitige Lage der Punkte in Bezug auf die Hori=

zontalen bestimmt, sondern es werden auch die Höhen über dem Meeresspiegel für einige vorzügliche Objekte gemessen und sodann die Höhenunterschiede von möglichst vielen anderen Punkten in Bezug auf diese bestimmt. Aus den Höhenunterschieden dieser Punkte und den absoluten Höhen einiger Normalpunkte bestimmt man die absoluten Höhen aller Punkte, und nun hat man einfach alle erhaltenen Zahlen in die Karte einzutragen. Verbindet man alle Punkte gleicher Höhe, so erhält man die Schichtenlinien.

Bei der Höhenmessung gelegentlich der Aufnahme ist die Wahl der Punkte wichtig. In einer Fläche von gleichmäßiger Neigung genügt die Höhenmessung von drei, nicht in gerader Linie liegenden Punkten, indem eine Ebene durch drei nicht in gerader Linie liegende Punkte bestimmt ist. Wo aber die Neigung veränderlich ist, müssen mehr Messungen ausgeführt werden. Man nennt die Linie, in welcher eine ebene Fläche von bestimmter Neigung an eine andere von verschiedener Neigung anstößt, die Brechungslinie. Und gerade bei dieser Brechungslinie ist eine größere Anzahl von Messungen notwendig. Außer diesen Brechungslinien sind noch die Linien stärkster Neigung gegen die Horizontalebene wichtig; dieselben sind durch die Richtung bestimmt, welche das freifließende Wasser nehmen würde. Wo sich die Terrainfläche gleichmäßig krümmt und keine eigentlichen Brechungslinien vorkommen, müssen die Höhenpunkte längs der Linie stärkster Neigung bestimmt werden.

Würde man einfach die Punkte gleicher Höhen durch Schichtenlinien verbinden, so müßte man zu jeder Schichtenlinie ihre entsprechende absolute Höhe dazu schreiben, was eben vermieden werden soll. Statt dessen giebt man die absoluten Höhen von nur einigen Punkten an und ver-

zeichnet die Schichtenlinien für bestimmte Niveau-Unterschiede, d. h. für bestimmte Schichtenhöhen. Man verbindet z. B., von einer Bergspitze ausgehend, zunächst die um 10 Meter tiefer gelegenen Punkte, dann die um 20, um 30 Meter u. s. w. tiefer liegenden durch Isohypsen. Ist dann n die Anzahl Schichtenlinien zwischen zwei Punkten, h die Schichtenhöhe, H die absolute Höhe des einen, H_1 jene des anderen Punktes, so ist allgemein:

$$H_1 = H + nh \text{ und } h = \frac{H_1 - H}{n}.$$

Beispiele. 1. Man befindet sich beim Orte A, der 540 m hoch ist, und will nach B gehen. Zwischen A und B liegen 12 Isohypsen, die Schichtenhöhe ist 10 m. Welches ist die Höhe von B? Antwort:

$$540 + 12 \times 10 = 660 \text{ m}.$$

2. Zwischen A und B zählt man 12 Isohypsen. Bei A steht auf der Karte die Zahl 540 m, bei B 660 m. Welches ist die Schichtenhöhe der Karte:

$$h = \frac{660 - 540}{12} = 10 \text{ m}.$$

Gewöhnlich wird die Schichtenhöhe auf den Karten angegeben, sonst bestimmt man sie leicht durch Anwendung des Beispiels 2, indem man die Anzahl Schichtenlinien zählt, welche zwischen zwei Punkten liegen, deren absolute Höhen angegeben sind.

Soll die Höhe eines Punktes ermittelt werden, der nicht genau auf einer Schichtenlinie liegt, so zieht man durch diesen Punkt eine Linie der stärksten Neigung. Diese Linie muß die zwei nächsten Isohypsen unter rechten Winkeln schneiden. Man schätzt dann die Entfernung dieses Punktes

von der nächsten Schichtenlinie in Bruchteilen der Schichtenhöhe ab und addiert zur Höhe der tieferen Schichtenlinie den Bruchteil der Schichtenhöhe. Handelt es sich z. B. um die Höhe des Punktes x (Fig. 65), der zwischen den Horizontalen 300 und 320 liegt, so zieht man die Linie zu senkrecht auf beide Schichtenlinien aus und bemerkt, daß zx ungefähr $= \frac{1}{4}$ zu ist. Da zu = 20 m ist, so erhält man als gesuchte Höhe von x:

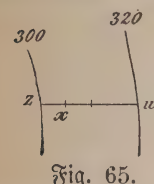


Fig. 65.

$$300 + \frac{1}{4}\,20 = 305 \text{ m}.$$

Häufig will man den **Böschungswinkel** kennen, d. h. den Grad der Neigung des Geländes gegen den Horizont. Betrachtet man das Böschungsdreieck A′m′α′ Fig. 64), in welchem wegen der Kleinheit der Strecken A′m′ als gerade Linie angesehen wird, so hat man aus demselben:

$$\text{tg m'A'}\alpha' = \frac{\text{m'}\alpha'}{\text{A'}\alpha'} = \frac{\text{Schichtenhöhe}}{\text{Anlage}}$$

wobei m′A′α′ = Böschungswinkel ist. Macht man in Fig. 66

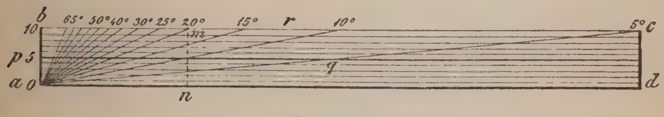


Fig. 66.

ad = Abstand der Schichtenlinie auf der Karte, dc = Schichtenhöhe, dann ist:

$$\text{tg dac} = \frac{\text{cd}}{\text{ad}} = \frac{\text{Schichtenhöhe}}{\text{Anlage}}$$

also ist ∢ dac = Böschungswinkel.

Jedesmal, wenn wir auf dem bezüglichen Blatte eine

Entfernung der Isohypsen bemerken, welche gleich der Strecke ad ist, werden wir wissen, daß das Terrain dort einen Böschungswinkel = dac hat. Daraus ergiebt sich nachstehende einfache Konstruktion eines Maßstabes, mit dem man leicht jede Neigung sofort bestimmen kann. Um diesen Maßstab, den sogenannten Böschungsmaßstab, zu erhalten, legt man eine Gerade ad (Fig. 66) an und zieht mit Hilfe des Transporteurs die mit 5, 10, 15 . . . bis 65 bezeichneten Linien derart, daß sie mit der ad beziehungsweise Winkel von 5°, 10°, 15° . . . einschließen. Im Punkte a errichtet man die Linie ab senkrecht zu ad und macht ab gleich der nach dem Kartenmaßstab gemessenen Schichtenhöhe. Ist z. B. die Schichtenhöhe 20 Meter und der Maßstab der Karte 1 : 40000, so muß man ab = $^1/_2$ Millimeter machen, denn es ist 20 Meter = 20000 Millimeter und

$$\frac{20000}{40000}\ \text{mm} = {}^1/_2\ \text{mm}.$$

Vom Punkte b aus zieht man bc parallel ad. Die Abstände der Schnittpunkte 5, 10, 15 . . . von b sind die Isohypsenabstände, welche dem Neigungswinkel von 5°, 10°, 15° . . . entsprechen, denn es ist z. B. für irgend einen Abstand bm

$$\text{tg man} = \frac{\text{mn}}{\text{an}} = \frac{\text{Schichtenhöhe}}{\text{Anlage}};$$

also ist:

$$\sphericalangle\ \text{man} = \text{Böschungswinkel}.$$

Um die Neigung an irgend einer Stelle der Karte zu bestimmen, nimmt man den Abstand der beiden benachbarten Isohypsen in den Zirkel, setzt die eine Spitze im Punkte b des Maßstabes auf und liest am Begegnungspunkt der anderen Spitze mit der Linie bc die Neigung ab. Stimmt der Abstand

mit keinem Teilstrich des Maßstabes direkt überein, so wird der zugehörige Winkel abgeschätzt, wobei der Schätzungsfehler etwa 2° erreichen kann. Trifft z. B. die zweite Zirkelspitze bei r ein, so wird die Neigung auf 13° geschätzt.

Das Arbeiten mit sehr kleinen Größen fällt zu ungenau aus; man nimmt deshalb für ab einen größeren Betrag, z. B. von 10 mm an, wie dies in unserer Figur geschehen ist, teilt ab in 10 Teile und zieht durch die Teilpunkte Parallelen zur Linie ad. Wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke apq und abc hat man dann:

$$ab : aq = bc : pq;$$

ist daher allgemein $ab = n \times ap$, so ist auch $bc = n \times pq$. Ist also das Verhältnis der Schichtenhöhe wegen des Kartenmaßstabes zu klein, so nimmt man die nfache Schichtenentfernung in den Zirkel und setzt die Zirkelspitzen auf jener Horizontalen des Maßstabes an, welche der betreffenden Vielfachen des Verhältnisses entspricht. Ein solcher Maßstab kann für jede beliebige Karte verwendet werden.

Gerade so wie die Höhen auf dem Lande, werden die Tiefen des Meeres und der Seen durch Schichtenlinien angegeben, welche die Punkte gleicher Tiefe unter dem mittleren Niveau verbinden. Diese Linien gleicher Tiefe nennt man Isobathen.

Die Isobathen sind eigentlich die älteren Geschwister in dieser Familie von Kurven, indem sie vor den Isohypsen angewandt wurden, und zwar einmal durch den holländischen Ingenieur Nikolas Samuel Cruquius (1678—1754), der 1729 das Flußbett der Merwede in Linien gleicher Tiefe zeichnete, dann aber von Philippe Buache, der die Tiefen des Englischen Kanals durch Isobathen darstellte. Die bezügliche Karte ist 1737 fertiggestellt und 1752 von der fran-

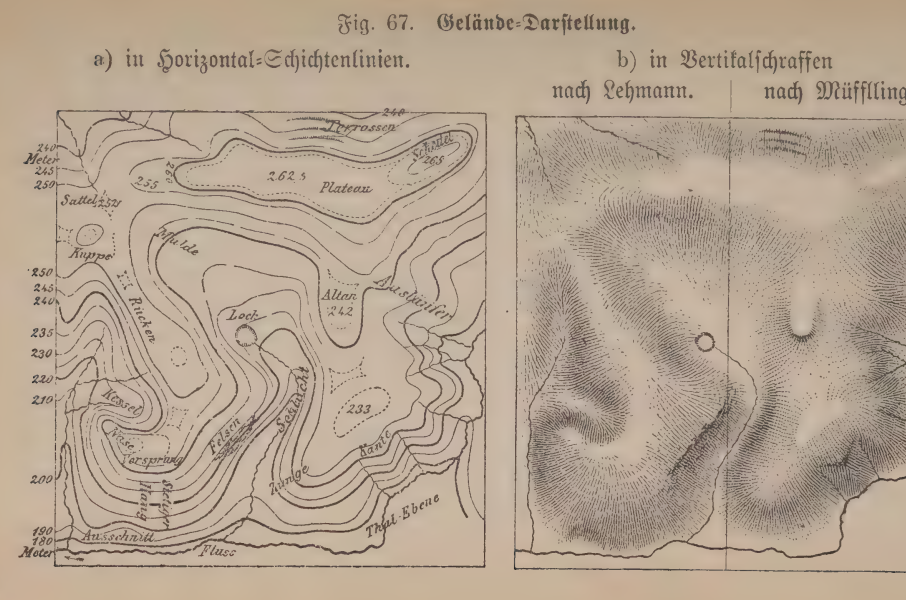


Fig. 67. **Gelände-Darstellung.**

a) in Horizontal-Schichtenlinien.

b) in Vertikalschraffen nach Lehmann. | nach Müffling.

zösischen Akademie veröffentlicht worden. Auf derselben sind die Linien gleicher Tiefe punktiert und von 10 zu 10 Faden angegeben. Erst im Laufe der nächstfolgenden Jahrzehnte entwickelten sich die Isohypsen aus den Isobathen. Der französische Ingenieur Millet de Mureau scheint der erste gewesen zu sein, welcher seit dem Jahre 1748 in Festungspläne Höhenangaben aufnahm. Im Jahre 1749 veröffentlichte er eine Abhandlung, in welcher er vorschlug, die Terrainformen durch parallele Linien mit Höhenzahlen auszudrücken. Aber erst im Jahre 1771 legte der französische Ingenieur Du Carla der Pariser Akademie eine Abhandlung vor, welcher der Plan einer imaginären Insel mit Horizontallinien beigegeben war, von denen jede zehnte stärker ausgezogen ist. Der Herausgeber dieser Abhandlung, der Ingenier J. L. Dupain—Triel, veröffentlichte 1791 die erste wirkliche Isohypsenkarte Frankreichs mit begleitendem Text und Profilen.

Die Vorteile der Darstellung des Terrains durch Schichtenlinien sind folgende: Man erkennt sogleich, (Fig. 67) ob ein Punkt höher ist als ein anderer und um wieviel, man erkennt sofort die Punkte gleicher Höhe; ferner übersieht man leicht die allgemeine Gestaltung des Terrains. Sind die Isohypsen ziemlich kreisrund, so ist die Steigung auf allen Seiten gleichmäßig. Bildet das Terrain eine lang hingestreckte Kette mit einem geradlinigen Kamm von gleichförmiger Höhe, so erscheint die Kammlinie im Bilde beiderseits von ihr annähernd parallel laufenden Schichtenlinien begleitet; biegen die Schichtenlinien gegen den Bergkörper ein, so ist an jener Stelle eine Schlucht vorhanden, laufen sie vom Bergkörper hinweg, biegen sie also aus, so hat man es mit einem Bergvorsprung zu thun. Sind die Isohypsen sehr dicht, so ist das Terrain sehr steil, um so steiler, je dichter die Linien

an einander liegen. Befinden sich die Schichtenlinien in gleichen Abständen von einander, so ist die Neigung eine stetige; werden die Abstände von unten nach oben immer größer, so ist die Böschung konvex, im entgegengesetzten Falle konkav.

§ 19. Darstellung der Höhenverhältnisse durch Farben und Schattierung.

Das Ablesen der Höhenverhältnisse aus einer Isohypsenkarte ist zwar einfach genug, erfordert aber immerhin einige Zeit, und das Kartenblatt gewinnt durch dieselben noch kein plastisches Aussehen; ferner wird die Uebersichtlichkeit in wenig geneigtem Terrain nicht besonders gefördert. Um letztere Vorzüge zu erhalten, ist verschiedentlich vorgeschlagen worden, die Höhenverhältnisse durch Farben oder Schattierungen darzustellen. Die nächstliegende Methode ist wohl diejenige der Kolorierung der Karte. Man färbt die verschiedenen Höhenschichten verschieden und bedient sich steigender Töne in einer oder in verschiedenen Farben. Diese Methode wird mit Vorteil in Uebersichtskarten von nicht zu großem Maßstabe, von 1 : 100000 bis 1 : 1000000, angewandt. Der österreichische General Franz von Hauslab empfahl, sich bei der Färbung an den Grundsatz zu halten: je höher, desto dunkler; in dieser Weise bleibt die Verwendung der dunkelsten Töne auf den kleinen Raum der Hochgebirge beschränkt, während das stärker bebaute Flachland, welches notwendig mehr topographische Angaben enthalten muß, hell und somit deutlich lesbar bleibt. E. v. Sydow hielt sich an das entgegengesetzte Princip; er begann in der Ebene mit dunklen Farben, welche durch immer hellere Abstufungen bis zum Weiß auf den höchsten Spitzen übergehen.

Eine weitere Methode, Uebersichtlichkeit zu erzielen, liefert

die sogenannte Verwaschungs- oder Laviermanier. Das Verwaschen oder Lavieren beruht auf dem Grundsatz, daß die senkrecht auffallenden Sonnenstrahlen die Horizontalebene voll beleuchten, die geneigten Flächen aber um so weniger Licht erhalten, je größer ihr Neigungswinkel gegen den Horizont ist. Deshalb müssen also, wenn man sich von diesem Grundsatze leiten läßt, die Teile der Karte, welche größeren Böschungswinkeln entsprechen, dunkler gehalten werden. Das Verwaschen selbst besteht darin, daß man einen braunen oder grünen Ton mit dem Pinsel aufsetzt, diesen nach den Gegenden abnehmender Neigung hin verwäscht, an den steileren Stellen dagegen mehrfach aufträgt. Eine nach dieser Methode gut gezeichnete Karte wirkt sehr plastisch und läßt die Orte geringerer und stärkerer Neigung sofort erkennen. Diese Art der Geländedarstellung wird bei Militär- und Touristenkarten bevorzugt.

Naheliegend war die Idee, die Terrainkonfiguration durch sogenannte Zwischenisohypsen oder Horizontalschraffen zum Ausdruck zu bringen, wie dies bei den norwegischen Amtskarten im Maßstabe 1 : 200 000 geschehen ist. Denkt man sich nämlich den Abstand je zweier Schichtenlinien z. B. in zehn Teile geteilt und durch die Teilpunkte weitere Schichtenlinien — Zwischenisohypsen — geführt, so werden letztere um so näher aneinander liegen, je steiler das Gelände ist, weil in diesem Falle die Isohypsenabstände um so kleiner sind. Blickt man eine solche Karte an, so ruft sie einen ähnlichen Eindruck wie die farbige Schichtenkarte hervor; denn durch das dichtere Zusammentreten der Zwischenisohypsen müssen die steileren Stellen dunkler ausfallen. Man kann, wenn man will, diese Wirkung noch dadurch verstärken, daß man die Schichtenlinien an steileren Stellen stärker auszieht. Allein

eine Uebersicht und rasche Lesbarkeit wie bei den anderen Methoden können diese Karten, deren Konstruktion im übrigen auch mit mancher Schwierigkeit verbunden ist, vor allen in Gebieten schwacher Neigung nie liefern, und deshalb hat sich die hier beschriebene Manier nur wenig Eingang verschafft.

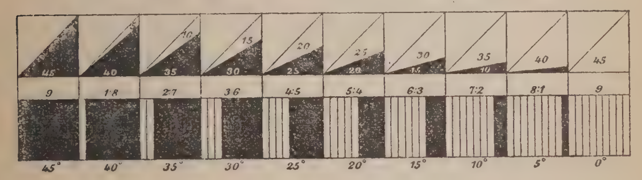
Am meisten angewandt wird die durch den sächsischen Major Johann George Lehmann (1765—1811) begründete Vertikalschraffenmanier. Auch bei dieser wird vorausgesetzt, daß die Sonne im Scheitelpunkt des darzustellenden Geländes stehe, daß also das Licht senkrecht von oben einfalle und die geneigten Flächen um so weniger beleuchte, je größer ihr Neigungswinkel gegen den Horizont ist. Die Schattierung wird durch Striche — Schraffen — hervorgebracht, welche in der Richtung des größten Falles, bezw. in der Richtung der stärksten Neigung gegen die Horizontalebene, d. h. in der Richtung des Wasserablaufes, gezogen werden und stets in gleicher Anzahl einen bestimmten Raum auszufüllen haben. Die Breite der Schraffen und die ihrer anliegenden Zwischenräume stehen für jede Neigung in einem bestimmten Verhältnis. Durch das Einhalten dieses Verhältnisses wird dem Topographen das Mittel geboten, den Böschungsgrad einer Fläche auszudrücken, dem Kartenleser, durch Abschätzen denselben zu erkennen. Man verzichtet hierbei gewöhnlich auf die Darstellung von Terrainflächen von mehr als 45° Neigung, und zwar deshalb, weil solche Böschungen eine Seltenheit sind oder doch nur an Felsen vorkommen, welche meist ungangbar und kulturell oder militärisch unbrauchbar sind. Das von Lehmann aufgestellte Schattierungsgesetz erfordert, daß das Verhältnis von Weiß zu Schwarz auf einem bestimmten Felde für n Grad Neigung wie (45—n) : n sei. Um Uebersicht zu gewinnen, stellte er 9 Schattierungsstufen

fest, für Winkel von 5°, 10°, 15°, 20°, 25°, 30°, 35°, 40°, 45°. Ist z. B. die Neigung 30°, so muß das Verhältnis des weißen Zwischenraumes (W) zur Schraffenbreite (S) sein:

$$W : S = (45-30) : 30 = 15 : 30 = 3 : 6.$$

Auf 9 mm Feld mußte also die Schraffe 6 mm breit sein und der weiße Zwischenraum 3 mm betragen. Berechnet man

Schraffirungsverhältniss der Böschungen.



Terrainscala

in Lehmann's *und* *in Müffling's*

Manier.

5° 10° 15° 20° 25° 30° 35° 40° 45°

5° 10° 15° 20° 25° 30° 35° 40° 45°

Fig. 68.

nach obiger Formel diese Verhältnisse für alle Böschungen, so ergiebt sich folgende Skala:

Böschungswinkel	W : S	Böschungswinkel	W : S
5° . .	8 : 1	30° . .	3 : 6
10° . .	7 : 2	35° . .	2 : 7
15° . .	6 : 3	40° . .	1 : 8
20° . .	5 : 4	45° . .	0 : 9.
25° . .	4 : 5		

Es nehmen somit nach diesen Verhältniszahlen für Neigungen von 5 Grad nach aufwärts die Schraffenbreiten um je einen Teil zu, die weißen Zwischenräume um je einen Teil ab. Die Zifferwerte der Skala sind leicht im Gedächtnisse zu behalten, wenn man sich nur die konstante Summe von Schraffenbreite und Zwischenraum gleich 9 merkt. Der Wert für die Schraffenbreite ist gleich dem fünften Teile des Zahlenwertes des Böschungsgrades, jener des weißen Zwischenraumes gleich der Differenz zwischen dem so gefundenen Quotienten und 9. Um z. B. das Verhältnis für 15 Grad Neigung zu finden, hat man $\frac{15}{5} = 3$; die Zahl 3 giebt die Anzahl Teile, die auf die Schraffenbreite entfallen, und die Differenz $9 - 3 = 6$ die Anzahl der Teile ihres Zwischenraumes.

Die Schraffenskala bildet das Alphabet für die Ablesung der Karte; es ist nötig, daß derjenige, der sie zu behandeln hat, einige Uebung im Abschätzen besitze.

Manche Versuche von Verbesserungen der Lehmann'schen Manier haben das leichtere Erkennen des für militärische Zwecke tauglichen Terrains zum Anhaltspunkt genommen. So riet 1821 General Müffling, die Beleuchtungsgrenze erst bei 50° eintreten zu lassen, und machte außerdem noch die einzelnen Neigungsstufen durch die Gestalt der Striche

besser sichtbar; er führte punktierte, geschlängelte und abwechselnd dicke und dünne Striche ein. (Siehe Fig. 67 b und 68). Für die Generalstabskarte Deutschlands im Maßstabe 1 : 100 000 kommt eine aus der Lehmann'schen und Müffling'schen kombinierte Stufenleiter zur Anwendung, die namentlich für das Bedürfnis im Flachland noch um eine Stufe für 1° Neigung vermehrt ist. Bayern und Oesterreich-Ungarn haben mit Rücksicht auf die Hochgebirge die Skala bis auf 60°, beziehungsweise 80° ausgedehnt. Das Verhältnis für Bayern ist durch die Formel $W : S = (60 - n) : n$ bestimmt, wobei die sich ergebenden Zahlen durch 5 abzukürzen sind. Oesterreich-Ungarn verwendet die Formel $W : S = [80 - (n + 3)] : (n + 3)$. Nach diesen beiden Formeln erhält man die Skalen:

	für Bayern: W : S	für Oesterreich: W : S
für 5°	11 : 1	72 : 8
10°	10 : 2	67 : 13
15°	9 : 3	62 : 18
20°	8 : 4	57 : 23
25°	7 : 5	52 : 28
30°	6 : 6	47 : 33
35°	5 : 7	42 : 38
40°	4 : 8	37 : 43
45°	3 : 9	32 : 48
50°	2 : 10	27 : 53
55°	1 : 11	22 : 58
60°	0 : 12	17 : 63
65°		12 : 68
70°		7 : 73
75°		2 : 78
77°		0 : 80

Müffling schlug vor, alle diese Skalen auf das Dezimal-

system zu begründen, welches Verfahren jedoch noch keine Anwendung gefunden hat.

Bisher war von dem Verhältnis der Schraffenbreiten zu ihren Zwischenräumen die Rede, nun ist aber auch die absolute Breite der Schraffen zu bestimmen. Hier gilt als Grundsatz: je kleiner der Maßstab der Karte, desto geringer die Breite der Schraffen und ihrer Zwischenräume, desto größer also die Anzahl der Striche auf einen Centimeter.

Bei der preußischen Landesaufnahme kommen bei Zeichnungen im Maßstabe von

1: 12500	. .	18 Striche auf 1 cm
1: 25000	. .	20 " " " "
1: 50000	. .	26 " " " "
1: 100000	. .	34 " " " "

Die Schraffenlänge richtet sich nach dem Böschungswinkel: je kleiner letzterer ist, desto länger ist die Schraffe.

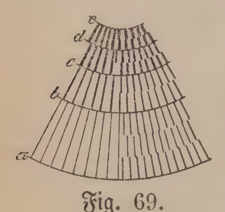


Fig. 69.

Denkt man sich in Fig. 69 auch die Schichtenlinien a, b, c, d, e ausgezogen, so muß der mit dem Abstand ab am Böschungsmaßstab abgelesene Böschungswinkel derselbe sein, wie derjenige, welcher der eingetragenen Schraffenbreite entspricht. Daraus folgt der Grundsatz: Die Schraffen müssen von einer zur anderen der auf dem Blatte ausgezogen gedachten Schichtenlinien reichen. Um also eine Karte zu schraffieren, muß man zuerst die Schichtenlinien mit Blei ausziehen, die Schraffenlinien von Linie zu Linie ausziehen und nach vollführter Schraffierung erstere wegnehmen. Die Schraffenmanier beruht also auf der Schichtenmanier, da die Schraffen nach den Richtungen stärkster Neigung gegen die Horizontalebene, also senkrecht auf den Schichtenlinien stehen müssen.

Nur kurz sei hier noch der Schraffenmanier bei schiefer Beleuchtung Erwähnung gethan, die früher üblich war und besonders in Frankreich und in Italien zur Anwendung kam. Hierbei wird das Lehmann'sche Prinzip der Schraffierung beibehalten, aber man denkt sich die Sonnenstrahlen nicht senkrecht, sondern unter 45° Neigung aus Nordwesten einfallend, sodaß die Schattentiefe nicht nur von der Neigung, sondern auch von der Orientierung des darzustellenden Terrains abhängt. Da man aber meist noch die Forderung stellte, daß Horizontalebenen weiß bleiben, dagegen nach Nordwesten gekehrte Abhänge von 45° Neigung in der Karte nicht ganz weiß gelassen werden sollen, so forderte jene Manier Ausnahmen, die mehr oder weniger der Willkür des Zeichners freigegeben sind und die Strenge der Darstellung in Frage stellen. Man hatte daher diese Methode schon aufgegeben, als F. H. Dufour sie für die Karte der Schweiz im Maßstab von 1:100000, das vollendetste kartographische Kunstwerk der Welt, wieder anwandte. Nicht zu übersehen ist allerdings, daß die plastische Wirkung dieser Geländedarstellung durch zwei wesentliche Fehler erkauft ist: die nach Süden und Osten gerichteten Berghänge erscheinen steiler als die nördlichen und westlichen. Sodann bieten die in Wirklichkeit sonnigen Süd- und Ostabhänge ein finsteres und unfreundliches Bild, die in Wahrheit im Schatten liegende Nord- und Westseite der Berge dagegen stellt sich hell und freundlich dar! In neuerer Zeit (1878) ist die Schraffenmanier bei schiefer Beleuchtung durch H. Wiechel mathematisch streng behandelt worden, und die Methode geht einer gewissen Zukunft entgegen, indem sie in Verbindung mit Isohypsen für alpine Bergformen das denkbar Beste bietet.

§ 20. Vereinigung von Schichtenlinien und Schraffen.

Schichtenkarten haben den Vorteil, daß man sie rasch und leicht ablesen kann, und daß man aus ihnen die Geländeformen bei geringem Abstande der Schichtenlinien leicht erkennt. Dagegen haben sie den Nachteil, daß bei größerem Abstande der einzelnen Schichtenlinien die Auffassung des Geländes eine viel schwierigere sein wird, und daß einzelne Geländeformen und Abstufungen nicht klar zum Ausdruck kommen; bei der Darstellung ganzer Länder treten die Nachteile der Schichtenmanier noch mehr zum Vorschein.

Dagegen ist die genaue Ausführung wie die Ablesung der schraffierten Karten nicht eben so einfach. Ist es nämlich schon für den Zeichner schwierig, das genaue Verhältnis der Schraffenbreiten zu ihren Zwischenräumen für die verschiedenen Böschungswinkel einzuhalten, so ist es für den Leser noch schwieriger, dieses Verhältnis und damit die Neigung des Geländes sicher zu erkennen. Dafür bietet die Schraffenmanier den Vorteil, daß sie in jedem Verjüngungsverhältnisse anwendbar ist, selbst die kleinsten mit dem Maßstabe verträglichen Formen deutlich ausdrückt und im ganzen ein plastisches, leicht faßliches Geländebild liefert.

In Ansehung der Vor- und Nachteile dieser Methoden hat man daran gedacht, sie zu vereinigen, woraus die kombinierte Gelände-Darstellungsweise entstand. Dieselbe besteht darin, daß man Schichtenlinien und Schraffen einzeichnet (Fig. 69); erstere erleichtern das Ablesen, letztere helfen der unmittelbaren Vorstellung nach. Schraffen und Horizontalen bestimmen ihre Lage gegenseitig, indem sie sich nur unter rechten Winkeln schneiden können. Beim Eintragen der Schraffen werden letztere nicht, wie die linke

Seite der Fig. 69 zeigt, von Schichtenlinie zu Schichtenlinie verlängert, da bei zunehmender Divergenz der Schraffen das Verhältnis von Schraffenbreite zu Zwischenraum sich ändert, also unrichtig wird. Man legt deshalb Zwischenschichtenlinien ein und zeichnet zwischen denselben die den betreffenden Böschungen entsprechenden Vertikalschraffen ein, wie die rechte Seite von Fig. 69 zeigt.

Vorgeworfen wird dieser Methode, daß die Karten überfüllt aussehen und die Schichtenlinien häufig Verwechslungen mit den Kultur- und Kommunikationslinien verursachen. Man hilft aber der Uebersicht, indem man Haupt-, Zwischen- und Hilfsschichtenlinien einführt. Die Hauptschichtenlinien beziehen sich auf Höhenunterschiede von 50 oder 100 Meter, die Zwischenschichtenlinien auf Höhenunterschiede von 10 oder 20 Meter, die Hilfsschichtenlinien endlich auf Aequidistanten von 5 oder 10 Meter; erstere zieht man breiter und stärker, die Zwischenlinien feiner, die Hilfslinien am feinsten aus. Ueberdies werden die Zwischen- und Hilfslinien nur dort ausgezogen, wo es der besseren Lesbarkeit wegen zweckmäßig erscheint. Figur 67a zeigt eine derartige Darstellung; in derselben sind die Vertikalabstände der Hauptschichtenlinien, je 20 Meter, geteilt durch Zwischenschichtenlinien von je 10 Meter Abstand (erstere stärker als letztere). Eine weitere Teilung kann durch Normalschichtenlinien von je 5 Meter (gerissene Linie), oder nach Bedarf durch Hilfsschichtenlinien von 2,5 eventuell 1,25 Meter Abstand (kurz gestrichelt) hergestellt werden.

§ 21. Reliefkarten.

Keine Zeichnung, kein Entwurf wird die Gestalt des Bodens so klar und deutlich zur Anschauung bringen, als die

sogenannten Reliefkarten oder besser Reliefmodelle. Die Reliefkarten entstanden in der Schweiz, deren großartige Gebirgswelt zur Herstellung solcher Modelle gewissermaßen aufforderte; die erste Reliefkarte lieferte der General Franz Ludwig Pfyffer aus Luzern im Jahre 1766—1785, und zwar in Wachs. Man kann aber dazu auch Pappe, Gips, Lehm u. s. w. verwenden.

Die Konstruktion der Reliefkarten beruht auf dem Vorhandensein eines Schichtenplanes. Man kann alsdann die Schichtenlinien z. B. auf Pappe aufzeichnen, ausschneiden und übereinanderlegen, wobei die einzelnen Pappelagen die Dicke der entsprechenden Schichtenhöhen haben müssen.*) Will man dagegen ein solches Modell aus Lehm anfertigen, so muß man zunächst den Schichtenplan auf ein glattgehobeltes Brett zeichnen oder die Karte selbst auf ein solches Brett aufkleben. Nun bohrt man überall dort, wo ein Böschungswechsel eintritt, senkrechte Löcher ein, in die man kleine Holz- oder Drahtstäbchen senkrecht einsteckt; diese Stäbchen müssen über das Brett genau so weit hervorragen als die Höhe der bezüglichen Punkte im gegebenen Verjüngungsmaß beträgt. Die Zwischenräume werden sodann bis nahe zur Höhe der Stäbchen mit Lehm (Wachs, Glaserkitt u. s. w.) ausgefüllt und hierauf die Oberfläche des Modells dem vorliegenden Plane entsprechend geformt.

Bei den Pappe-Reliefs bleiben die Schichten sichtbar;

---

*) Als eine gute Anleitung zum Verständnis des Zusammenhanges zwischen Kurvenzeichnungen und Kurvenreliefs sind die im Verlage von Schmid & Francke in Bern erschienenen „Kurven-Reliefs von R. Leuzinger, Schlüssel zum Verständnis der Kurvenkarten. 15 Reliefdarstellungen mit Textblatt von Prof. Becker, 1893" zu empfehlen. Man sieht an diesen kleinen Reliefmodellen, welche Bergformen von den einfachsten bis zu den großartigen des Hochgebirges darstellen, recht deutlich die obenangedeutete Herstellungsart.

man kann sie aber verschwinden machen, wenn man das Modell mit gefärbtem Wachse überzieht und mit erwärmten Streusand überstreut oder auch mit Deckfarbe übertüncht.*)

---

*) Bei Anfertigung der Reliefmodelle hat man früher einen großen Fehler gemacht. Bekanntlich erscheinen unserem Auge alle Böschungen viel steiler, als dieselben in Wirklichkeit sind. Ursache dieser Täuschung ist der Umstand, daß wir die Ausdehnung nach der Höhe in natürlicher Größe, die horizontale Erstreckung dagegen in bedeutender Verkürzung sehen. Führte man nun die Reliefs im gleichen Maßstab für die Grundzeichnung und die Höhen aus, so war man, zumal bei Darstellungen in kleinem Maßstab, von der Flachheit derselben unangenehm überrascht, die zu dem Anblick in der Natur wenig zu passen schien. Um dem vermeintlichen Uebelstand zu steuern und eine „plastischere Wirkung" zu erzielen, führte man die Ueberhöhung ein, d. h. man vergrößerte den Maßstab für die Höhe gegenüber dem Maßstab der Grundzeichnung und stellte z. B. bei einem Maßstab der letzteren von 1 : 10 000 die Höhen im Maßstab 1 : 1000 dar. Freilich erhielt man damit ein völlig unrichtiges Bild des Geländes. Die Anwendung der Ueberhöhung ist somit als irreführend strengstens zu verwerfen. Andererseits müssen Reliefs, um lehrreich zu sein, stets in sehr großem Maßstab ausgeführt sein. Hieraus folgt aber, daß schöne Reliefs nur für kleinere Gebiete herzustellen sind und auch diese Modelle wegen ihres bedeutenden Umfangs nur in großen Schausammlungen, nicht aber für den Schulunterricht zu benützen sind. Auch auf diesem Gebiet hat die Schweiz neuerdings durch prachtvolle und naturgetreue Reliefs ihrer Hochgebirgslandschaften Vorzügliches geleistet.

Wort- und Sachregister.

(Vergl. Inhaltsverzeichnis.) Die Zahlen beziehen sich auf die Seiten.

Lehrer-Zeitung: Wenn eine kurzgedrängte **physikalische Geographie** aus der Feder eines so tüchtigen Fachmannes, wie es Prof. Günther in München ist, erscheint, so ist von vornherein zu erwarten, daß das nur etwas Gutes sein kann. Jeder, der das Buch liest, wird sehen, daß er sich in dieser Erwartung nicht getäuscht hat.

Ausland: **Kaum je ist mir ein Buch zu Gesicht gekommen,** das wie **Rebmann's „der menschliche Körper** und **Gesundheitslehre"** auf so kleinem Raum ein so klares Bild von dem Bau und den Thätigkeiten des menschlichen Körpers geboten hätte. Ich stehe nicht an, das Werkchen als **ein für den Unterricht höchst brauchbares** zu bezeichnen.

Littbl. d. dtsch. Lehrerztg.: Die beiden Bändchen **„Hartmann von Aue &c."** und **„Walther von der Vogelweide"** geben eine Auswahl des **Besten aus dem Besten** unserer **altklassischen deutschen Litteratur** im ursprünglichen Text.

Allg. Zeitung (München): Ellinger bietet in **„Kirchenlied und Volkslied,** geistliche und weltliche Lyrik des 17. und 18. Jahrhunderts bis auf Klopstock" den Schülern ein Handbuch, das den Verständigeren für den deutschen Unterricht gewiß **hochwillkommen** ist.

Berl. philolog. Wochenschrift: **Steuding, griechische und römische Mythologie.** Die überaus schwierige Aufgabe, den wesentlichsten Inhalt auf nur 140 Kleinoktavseiten übersichtlich und gemeinverständlich darzustellen, ist von dem Verfasser des vorstehenden, in der bekannten Art der „Sammlung Göschen" ausgestatteten Büchleins **in höchst anerkennenswerter Weise gelöst worden.**

Zeitschr. f. dtsch. Unterricht: Die **„Althochdeutsche Litteratur"** Schaufflers ist eine **hocherfreuliche Gabe;** sie beruht überall auf den neuesten Forschungen und giebt das Wichtigste in knappster Form.

Natur: Es ist geradezu erstaunlich, wie es der rühmlichst bekannte Verlag ermöglicht, für **so enorm billige Preise** so **vorzüglich ausgestattete Werkchen** zu liefern. Das vorliegende Bändchen bringt in knapper und verständlicher Form das Wissenswerteste der **Mineralogie** zum Ausdruck. Saubere Abbildungen erleichtern das Verständnis.

Globus: Es ist **erstaunlich, wie viel diese kleine Kartenkunde bringt,** ohne an Klarheit zu verlieren, wobei noch zu berücksichtigen ist, daß **viele Abbildungen** den Raum stark beengen. **Vortrefflich** wird die **Kartenprojektionslehre** und die **Topographie** geschildert.

Nationalzeitg.: Es ist **bis jetzt in der deutschen Litteratur wohl noch nicht dagewesen,** daß ein Leinwandband von fast 300 Seiten in vorzüglicher Druck- und Papierausstattung zu einem Preis zu haben war, wie ihn die „Sammlung Göschen" in ihrem neuesten Bande, **Max Koch's Geschichte der deutschen Litteratur** für den Betrag von **sage achtzig Pfennige** der deutschen Leserwelt bietet.

Leipziger Zeitung: Wer sich rasch einen guten Ueberblick über das Gebiet der deutschen Heldensage verschaffen will, ohne eigene intensivere Studien machen zu können, der greife getrost zu dem Büchlein von Jiriczek.

Prakt. Schulmann: Ein **Meisterstück kurzen** und **bündigen,** und doch **klaren** und **vielsagenden Ausdrucks** wie die „Deutsche

Litteraturgeschichte" von Prof. M. Koch ist auch die vorliegende **„Deutsche Geschichte im Mittelalter"**.

Natur: In der **Chemie** von Dr. Klein empfängt der Schüler fast mehr, wie er als Anfänger bedarf, mindestens aber so viel, daß er das Wissenswürdigste als unentbehrliche Grundlage zum Verständnisse der Chemie empfängt. . .

Kunst f. Alle (München): **K. Kimmich** behandelt in seinem Bändchen, „Zeichenschule" benannt, in **knapper, kerniger, sachlich-zielbewußter Form** das weite Gebiet des bildmäßigen Zeichnens und Malens. . . . Gleich nutzbringend und in reichstem Maße bildend für Lehrer, Schüler und Liebhaberkünstler, möchte ich das **wirklich vorzügliche Werk** mit warmen anerkennenden Worten der Einführung in Schule, Haus und Werkstatt zugänglich machen. Die Ausstattung ist dabei eine so vornehme, daß mir der Preis von 80 Pfennigen für das gebundene Werk von 138 Seiten kl. 8° **wirklich lächerlich billig** erscheint. Nicht weniger als 17 Tafeln in Ton-, Farben- und Golddruck, sowie 135 Voll- und Textbilder illustrieren den **äußerst gesunden Lehrgang** dieser Zeichenschule in **feinfühlender Weise.**

Schwäb. Merkur: **Prof. G. Mahler** in Ulm legt uns eine Darstellung der **ebenen Geometrie** vor, die bis zur Ausmessung des Kreises einschließlich geht. Besondere Sorgfalt ist der Auswahl und Anordnung der Figuren zu teil geworden, deren saubere Ausführung in 2 Farben angenehm berührt.

Globus: **Hoernes, Urgeschichte.** Der bewährte Forscher auf **vorgeschichtlichem Gebiete** giebt hier in knappster Form die lehrreiche Zusammenstellung des Wissenswertesten der Urgeschichte. **Vortrefflich geeignet zur Einführung und zum Ueberblick.**

Jahresberichte der Geschichtswissenschaft: Hommel, auf dem Gebiet der altorientalischen Geschichte eine anerkannte Autorität, behandelt in diesem Bändchen die morgenländische Geschichte mit großer Genauigkeit und wissenschaftlicher Gründlichkeit in knappster Form. Das kleine Büchlein muß warm empfohlen werden.

Lpzgr. Ztg. (Wissensch. Beil.): „Die **Pflanze" von Dr. E. Dennert** können wir bestens empfehlen. In kürzester, knappester, **sehr klarer und verständlicher Form** weiß sein Verfasser alles Wissenswerteste über den inneren und äußeren Bau und über die Lebensverrichtungen der Pflanze zur Anschauung zu bringen, wozu seine **ganz vortrefflichen, selbstgezeichneten Textabbildungen** außerordentlich viel beitragen helfen.

Schwäb. Merkur: **Die Römische Altertumskunde** von **Dr. Leo Bloch** behandelt kurz und klar die Verfassungsgeschichte, die Staatsgewalten, Heerwesen, Rechtspflege, Finanzwesen, Kultus, das Haus, die Kleidung, die Bestattung und andere öffentliche und häusliche Einrichtungen der Römer . . . .

Weimarsche Zeitg.: **Waltharilied.** Mit dieser Uebersetzung wird uns eine hochwillkommene und von Litteraturfreunden längst ersehnte Gabe geboten. . . . Von einer guten Uebersetzung ist zu verlangen, daß sie, **sinn-** und zugleich möglichst **wortgetreu**, ohne dem Urtext, wie der deutschen Sprache Gewalt anzuthun, den Geist des Originals

klar und ungetrübt wiederspiegele. **Dieser Forderung gerecht zu werden, hat Althof in meisterhafter Weise verstanden.**

Blätter f. d. bayr. Gymn.-Schulw.: **Swoboda, Griech. Geschichte.** Schon der Name und der Ruf des Verfassers bürgt dafür, daß wir nicht etwa bloß eine trockene Kompilation vor uns haben, **überall zeigen sich die Spuren selbständiger Arbeit.**

Prakt. Schulmann: **Seyfert, Schulpraxis.** Es wird in gedrängter **Darstellung ein reicher, wohldurchdachter, den neuesten pädagogischen Bestrebungen gerecht werdender Inhalt** geboten und für den, der tiefer eindringen will, ist gesorgt durch reichhaltige Litteraturnachweise.

Zeitschr. f. d. Realschulw.: Es war ein glücklicher Gedanke der rührigen Verlagshandlung, die Abfassung des der Einführung in die **Arithmetik und Algebra** dienenden Bändchens ihrer „Sammlung" dem hochgeachteten Fach- und Schulmanne **Prof. Dr. Schubert** zu übertragen . . . . Der Verfasser wußte die Schwierigkeiten mit großem Geschick zu bewältigen, indem er durch einen **streng systematischen Aufbau** des arithmetischen Lehrgebäudes der Fassungskraft des Anfängers möglichst Rechnung trug und dabei nur das Hauptsächliche ins Auge faßte. — **Formelsammlung und Repetitorium der Mathematik von Prof. Th. Bürklen** . . . . Die durch **reinen Druck** und **geschmackvolle Ausstattung** sich auszeichnende „**Formelsammlung**" wird infolge ihres **reichen vielseitigen Inhaltes**, ihrer **zweckentsprechenden Anordnung** und **orientierenden Gliederung** als Nachschlagebuch vorzügliche Dienste leisten.

Grenzboten: **Das Fremdwort im Deutschen von Dr. Rud. Kleinpaul.** Ein **lehrreiches Büchlein**, das in seinen engen Wänden . . . . **eine Fülle von Sprachbelehrung bietet**, die jeden fesseln muß, der nur einigermaßen das Bedürfnis fühlt, sich über Sprachdinge Aufklärung zu verschaffen. Der Verfasser hat sich schon durch zahlreiche volkstümliche Bücher über die Sprache und ihr Leben bekannt gemacht, er hat eine ausgebreitete, sichere **Kenntnis** der Sprach- und Wortgeschichte, hat mit Ausdauer auf diesem Gebiete gesammelt und weiß seinen Stoff immer geschickt zu gruppieren und vorzutragen. . . .

Staatsanzeiger: Die **Römische Litteraturgeschichte** ist eine **geistvolle glänzende Arbeit.** Einsender hat dieselbe von Anfang bis Ende mit größtem Genuß durchgelesen und dabei Art und Entwicklung des römischen Schrifttums und damit des römischen Geisteslebens überhaupt besser und gründlicher verstehen gelernt, als durch manches vielstündige Universitätskolleg oder dickleibige Handbücher.

Meteorologische Zeitschrift: Trabert hat in der **Meteorologie** seine schwierige Aufgabe vortrefflich gelöst. In allen Fragen vertritt er den neuesten und letzten Standpunkt.

Schweizerische Lehrerzeitung: Wer die **Perspektive** von Freyberger und das **Geometrische Zeichnen** von Becker durchgeht, wird seine Freude daran haben. So viel für so wenig Geld wird wohl kaum anderswo geboten. Die Illustrationen sind sauber und exakt. Der Text ist knapp und klar und auch da, wo er mehr andeutet als ausführt, anregend.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung, Leipzig.

